

O uso do teodolito no ensino de conceitos trigonométricos: uma abordagem histórica e prática

The use of theodolite in the teaching of trigonometric concepts: a historical and practical approach

Sara Carolayne Mendonça Salgado¹  

Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP

Marcos Andrey Rosa²  

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI

RESUMO

Este trabalho descreve uma prática pedagógica, apoiada na História da Matemática, para o ensino de Trigonometria em uma turma de 30 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Sul de Minas Gerais. O objetivo foi explorar a construção e o uso de um Teodolito caseiro, instrumento histórico de medição, como recurso para ensinar e ampliar conceitos trigonométricos. A metodologia adotada foi dividida em quatro etapas: a apresentação dos aspectos históricos, a construção do Teodolito, a realização de medições práticas e a socialização dos resultados encontrados pelos alunos. O uso do Teodolito caseiro como recurso didático, juntamente com a exploração de contextos históricos, mostrou-se uma estratégia eficaz para oportunizar maneiras de trabalhar com os conceitos de Trigonometria de forma ampliada. Destacamos que durante a implementação da prática com o Teodolito não houve erros relacionados à aplicação dos conceitos de Trigonometria, apenas erros de medida. O uso Teodolito no ensino de Trigonometria possibilitou evidenciar que os instrumentos históricos em atividades práticas favorecem a aprendizagem ativa e contextualizada, auxiliando os alunos a compreenderem a relevância da Trigonometria. Logo, vemos como uma possibilidade para novos trabalhos a exploração de outros instrumentos históricos em sala de aula, permitindo comparar os diferentes métodos de medição e o desenvolvimento dos instrumentos matemáticos.

Palavras-chave: História da Matemática; Instrumento histórico de medida; Ensino Médio; Trigonometria.

ABSTRACT

This paper describes a pedagogical practice based on the History of Mathematics for teaching Trigonometry to a class of 30 students in the second year of high school at a public school in the south of Minas Gerais. The aim was to explore the construction and use of a homemade theodolite, a historical measuring instrument, as a resource for teaching and expanding trigonometric concepts. The adopted methodology was divided into four stages: presenting historical aspects, constructing the theodolite, conducting practical measurements, and sharing the results obtained by the students. Using homemade theodolite as a didactic resource, along with the exploration of historical contexts, proved to be an effective strategy for expanding the ways in which trigonometric concepts are explored. Notably, no errors were found in the application of trigonometric concepts, only in measurement. Using the theodolite in Trigonometry teaching highlighted that historical instruments in practical activities promote active and contextualized learning, helping students understand the relevance of Trigonometry. Thus, exploring other historical instruments in the classroom presents an opportunity for further research, allowing comparisons between different measurement methods and the development of mathematical instruments.

Keywords: History of Mathematics; Historical measure instruments; Secondary Education; Trigonometry.

INTRODUÇÃO

Desde o final do século XIX, a Matemática se constitui como uma área específica e independente. Com a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é possível perceber que, embora a Matemática seja apresentada em unidades temáticas, as competências e habilidades

¹ Doutoranda pelo Programa de Pós-graduação em Educação (PPGE) da UNICAMP. E-mail: sarinhacms@outlook.com.

² Mestre pelo Pós-graduação em Educação em Ciências (PPGEC) da UNIFEI. E-mail: marcosandrey.r@gmail.com.

descrevem uma articulação de saberes com outros aspectos matemáticos e recursos, possibilitando uma noção de que a Matemática não se constitui isoladamente e que há uma abertura para sua correlação com outros aspectos da sociedade (Batista; Pereira, 2024).

Como exemplo, observamos que a BNCC propõe o ensino de Trigonometria utilizando a resolução de problemas, conforme descreve a habilidade que compõe o eixo de Geometria e Medidas “(EM13MAT308) aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos” (Brasil, 2018, p. 545). Dessa forma, percebemos uma relação entre Geometria e a Álgebra, destacando a utilização de aspectos numéricos para a resolução de problemas em diferentes contextos.

Para promover a articulação entre os saberes matemáticos propostos na BNCC com vistas à resolução de problemas, é possível a utilização da História da Matemática (HM) como abordagem para explorar os diferentes campos da Matemática. A BNCC destaca que a HM permite “reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos” (Brasil, 2018, p. 267). Tal perspectiva permite compreender que a Matemática permeia diferentes culturas que possibilitam contribuir para a resolução de diferentes problemas de ordem prática utilizando diferentes ferramentas (Batista; Pereira, 2020).

Fried (2001) argumenta que integrar a HM no ensino permite enriquecer o aprendizado e dar sentido aos conceitos matemáticos. Na perspectiva do autor, a HM não deve ser vista apenas como um acréscimo superficial ou decorativo ao ensino, mas como um elemento central para desenvolver uma compreensão aprofundada da Matemática. Assim, ao conhecer os aspectos históricos e as motivações que levaram ao desenvolvimento de ideias matemáticas, os alunos conseguem perceber a Matemática como uma construção humana, dinâmica e evolutiva, e não apenas como verdades absolutas e atemporais.

Uma maneira eficaz de integrar esses conhecimentos é propor práticas em sala de aula que envolvam o uso de instrumentos históricos para resolver problemas reais. Esta abordagem permite que os alunos vivenciem situações em que, no passado, apenas um determinado instrumento estava disponível para realizar medições. Ao explorar esses recursos históricos, os alunos têm a oportunidade de ampliar suas percepções sobre a Matemática, compreendendo como conceitos e técnicas se desenvolveram ao longo do tempo e enriquecendo sua compreensão por meio de uma experiência contextualizada (Batista; Pereira, 2024).

Partindo desse contexto, o presente relato de experiência tem como objetivo descrever e analisar uma prática com a utilização do instrumento Teodolito, que buscou oportunizar maneiras de trabalhar os conceitos de Trigonometria em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Sul de Minas Gerais.

REFERENCIAL TEÓRICO

Muitos autores têm se dedicado a identificar as implicações da HM para o ensino. Fried (2001), ao analisar a literatura, identificou a presença de três principais contribuições, nas quais a HM: (1) humaniza a Matemática; (2) torna a Matemática mais interessante, mais compreensível e mais acessível; (3) fornece *insights* sobre conceitos, problemas e soluções de problemas.

A primeira contribuição, “vê-se a História da Matemática como um incentivo às abordagens multiculturais, fornecendo aos alunos modelos históricos, ligando o estudo da Matemática às emoções e motivações humanas” (Fried, 2001, p. 392, tradução nossa). Isto significa que a HM pode apresentar a Matemática como uma construção humana, um corpo de conhecimento dinâmico e influenciado por fatores internos e externos.

Com relação à segunda, “inclui afirmações de que a História da Matemática acrescenta variedade ao ensino, diminui o medo dos alunos em relação à Matemática, dá alguma noção do lugar da Matemática na sociedade” (Fried, 2001, p. 392, tradução nossa). Ou seja, a HM pode fornecer uma imagem menos intimidadora da Matemática, além de apresentar seu papel na sociedade, que pode suscitar interesse do aluno pelo conteúdo.

Já na última, a HM pode contribuir: “fornecendo um contexto para problemas e ideias, sugerindo abordagens alternativas para a resolução de problemas, mostrando as relações entre ideias, definições e aplicações” (Fried, 2001, p. 392, tradução nossa). Isto é, a HM apresenta novas oportunidades de investigação, que pode contribuir para a compreensão dos alunos sobre a Matemática.

Tais contribuições se estendem para o ensino de tópicos específicos da Matemática, como a Trigonometria. Segundo Oliveira e Siqueira (2023, p. 2), “os conceitos trigonométricos surgiram de acordo com a necessidade de alguma civilização em um determinado período e se desenvolveram conforme outras necessidades de outras civilizações”. Entendemos que a abordagem histórica pode ser uma oportunidade para apresentar estes aspectos socioculturais, além do conteúdo de Trigonometria em si.

Dentre os recursos que permitem a integração da HM ao ensino de Trigonometria, unindo a teoria e a prática, destacamos os instrumentos históricos matemáticos, que, na perspectiva de Pereira (2023), são usados para resolver problemas observacionais e experimentais, muitas vezes voltados para medir distâncias e ângulos. Este tipo de abordagem pode contribuir com uma formação significativa de alguns conceitos matemáticos, que emergem do estudo contextualizado de seu lugar diante de uma teoria e da experimentação proporcionada pela análise histórica (Pereira; Saito, 2018).

Vislumbramos essa possibilidade com o Teodolito, por exemplo, que é um instrumento desse tipo que remonta ao século XVI e foi amplamente utilizado para medir ângulos horizontais e verticais em levantamentos topográficos e construções (Andrade; Oliveira; Pereira, 2018). Sua construção e o uso prático pode possibilitar que os alunos visualizem e apliquem conceitos trigonométricos em situações que simulam problemas reais, tal como propomos em nossa prática, sendo detalhada na seção subsequente.

METODOLOGIA

Com o intuito de atingir o objetivo proposto, a pesquisa foi iniciada com a elaboração e planejamento das atividades, voltada para o ensino da Trigonometria. Tal prática foi desenvolvida em uma sala de 30 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Sul de Minas Gerais, onde a primeira autora era professora regente da disciplina de Matemática. A prática foi realizada em nove aulas sendo dividida em quatro etapas, conforme descrito no Quadro 1:

Quadro 1 – Etapas da prática

Etapas	Objetivo	Quantidade de aulas
1ª Etapa	Apresentar os aspectos históricos	2 aulas (1h40min)
2ª Etapa	Construção do Teodolito	2 aulas (1h40min)
3ª Etapa	Orientações e início da prática	3 aulas (2h30min)
4ª Etapa	Socialização dos resultados	2 aulas (1h40min)
Total de horas		9 aulas (7h40min)

Fonte: Elaborado pelos autores

A primeira etapa teve como objetivo realizar a apresentação dos aspectos históricos do instrumento Teodolito em sala de aula. A professora regente, de forma dialógica descreveu o instrumento Teodolito destacando a sua construção, os modelos rudimentares que surgiram no século XVI e os processos de aprimoramento causados a necessidade de precisão do instrumento para o cálculo de medidas.

A segunda etapa teve como foco a construção de um Teodolito caseiro em sala de aula. Para orientar os procedimentos de construção e da prática na próxima aula, a professora regente elaborou uma folha de orientações detalhando o objetivo da proposta, os materiais necessários para a construção do Teodolito e os procedimentos na prática da próxima aula. Esta folha de orientações foi essencial para possibilitar uma prática onde os alunos pudessem ter autonomia.

Com o Teodolito pronto, na terceira etapa os alunos utilizaram o instrumento para a medição de algumas alturas na praça da cidade. A proposta consistia em que cada grupo fizesse a escolha de casas, construções ou objetos que não são acessíveis de medição apenas com uma trena, e dessa forma, utilizassem o Teodolito e os cálculos de Trigonometria para determinar aproximações de alturas. Os alunos foram instruídos a registrar utilizando a folha de anotações fornecida pela professora, na qual deveriam anotar a distância, o ângulo e os cálculos utilizados para determinar a altura.

Ao final de toda a prática e com os dados organizados, na última etapa, os alunos ficaram encarregados de elaborar um relatório descrevendo toda a prática juntamente com os dados encontrados nas medições, destacando os cálculos trigonométricos utilizados. Em sala, a professora realizou uma socialização e discussão de alguns resultados encontrados.

ANÁLISES E RESULTADOS

Nesta seção, analisamos e discutimos os resultados encontrados durante a prática com o Teodolito caseiro, descrevendo alguns cálculos realizados juntamente com os conceitos de Trigonometria ampliados com a prática. Visamos descrever os resultados encontrados pautando-se no referencial de Fried (2001) que destaca aspectos importantes para o ensino, com o apoio da HM.

1ª Etapa: Apresentação dos aspectos históricos

Na primeira etapa a professora regente fez uma apresentação para os alunos sobre as características do Teodolito, as problemáticas quanto a sua utilização no século XVI e a necessidade da sua modernização quanto as demandas atuais, também, dos recursos proporcionados pelo uso de tecnologias digitais e de sistemas eletrônicos de leitura.

Levar para a sala de aula discussões voltadas ao uso de um instrumento, destacando os seus aspectos históricos e as suas problemáticas, chamou a atenção dos alunos para o papel da Matemática na sociedade. Estas discussões podem promover uma abordagem menos intimidadora e mais acessível da Matemática (Fried, 2001).

2ª Etapa: Construção do Teodolito

Para a realização da prática, os alunos se dividiram em quatro grupos, nos quais receberam uma folha de orientações contendo a lista de materiais que seriam utilizados para a construção do Teodolito caseiro e aqueles que seriam utilizados para a prática. Esta lista de materiais está descrita no Quadro 2, tendo sido disponibilizada um dia antes da aula.

Quadro 2 – Materiais utilizados na proposta

Materiais para a construção do Teodolito	Materiais para a prática
- Papelão; - Transferidor 180° ou 360°; - Cola quente; - Parafuso ou porca; - Tampa de garrafa PET; - Palito de churrasco.	- Trena e calculadoras; - Celular; - Papel e lápis; - Folha de ângulos (seno, cosseno e tangente).

Fonte: Elaborado pelos autores

Com os materiais em mãos, os grupos iniciaram a confecção seguindo os procedimentos detalhados no Quadro 3.

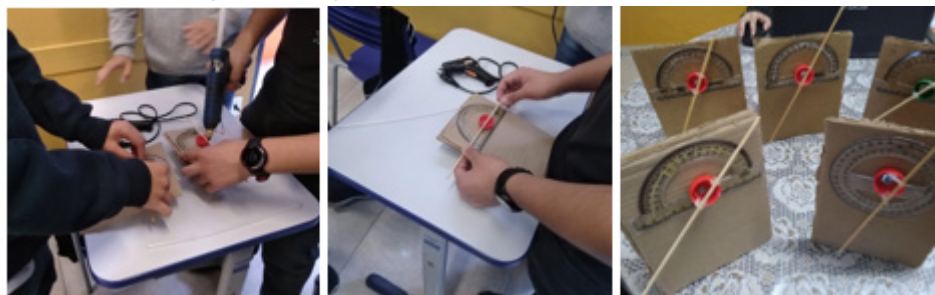
Quadro 3 – Instruções para a construção do Teodolito caseiro

Instruções para a construção do Teodolito	
Passo 1	Cortar o papelão em formato de retângulo (por ex: 20x15cm);
Passo 2	Cortar apoios triangulares para segurar as bases;
Passo 3	Colar o transferidor na parte superior do papelão com auxílio da cola quente;
Passo 4	Fazer um furo no meio da tampa de garrafa PET e ao centro do papelão, próximo ao transferidor;
Passo 5	Colocar o parafuso na tampa e inserir no papelão, prendendo com a porca;
Passo 6	Colar o palito na tampinha, fazendo com que ela gire;
Passo 7	Colar as bases no papelão, para que o instrumento fique em pé.

Fonte: Elaborado pelos autores

É importante destacar que a folha de orientações foi fundamental para os alunos poderem desenvolver a prática em colaboração com os outros colegas, contando com pequenas intervenções da professora regente, cujo objetivo era auxiliar na construção quando necessário. Na Figura 1 apresentamos algumas etapas de construção dos alunos em sala de aula e o instrumental finalizado.

Figura 1 – Registros da construção do Teodolito caseiro



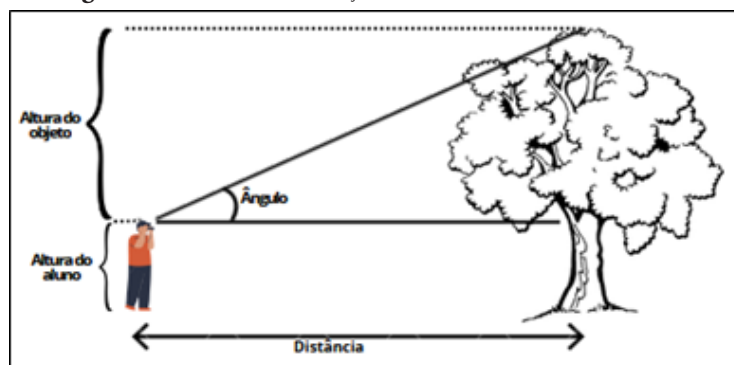
Fonte: Registro da primeira autora

Conforme descreve Fried (2001), utilizar abordagens práticas tende a aumentar o engajamento dos alunos, que pode estimular sua curiosidade e o interesse pela Matemática. Além disso, possibilitar aos alunos a construção de um instrumento histórico de medida contribui para a sua compreensão histórica e cultural. Os alunos não apenas recriaram um objeto, mas também se conectam com o contexto em que esse instrumento foi concebido e utilizado. Isso implica na percepção deles acerca do passado e do desenvolvimento do conhecimento humano. Dessa forma, permite aos alunos reconstruírem o contexto de necessidade no qual o instrumento foi criado, reconhecer a diversidade cultural, desenvolver um aprendizado crítico sobre o desenvolvimento tecnológico e estabelecer conexões com o cotidiano daquele período (Pereira; Saito, 2018).

3ª Etapa: Momento da prática

Com o Teodolito caseiro pronto foi realizada a terceira etapa da prática, que os alunos realizaram medições de casas, prédios e objetos na praça da cidade com a finalidade de determinar a altura, utilizando o instrumento e os cálculos de Trigonometria. Este exercício não é apenas teórico, mas também prático, pois incentivou os alunos a experimentarem estratégias alternativas para resolver problemas matemáticos e científicos, tal como os matemáticos do passado fizeram. A principal ideia neste contexto da prática é levar os alunos a compreenderem que o desenvolvimento do conhecimento se dá via tentativas, erros e descobertas progressivas, desenvolvendo assim uma apreciação pelo pensamento matemático ao longo da história, conforme apresentada por Fried (2001) no que se refere a humanizar a Matemática.

Ao iniciarem a observação das casas, prédios e objetos escolhidos, os alunos começaram a trabalhar em conjunto e a delegar os responsáveis para segurar o instrumento de medida, anotar os dados e realizar os cálculos. A professora regente orientou os alunos a realizarem três medidas de distâncias diferentes, para que ao final, após aplicar os conceitos de Trigonometria os alunos pudessem comparar as três alturas encontradas de um mesmo objeto escolhido e verificar se houve ou não aproximações. A professora também destacou em sala de aula que o cálculo da altura final teria implicações importantes, caso um dos alunos assumisse a função de segurar o instrumento. Nesse caso, seria necessário considerar a altura do aluno que segurou o Teodolito, pois essa medida precisaria ser somada à altura final encontrada, conforme a Figura 2.

Figura 2 – Modelo de medição utilizando o Teodolito caseiro

Fonte: Elaborada pelos autores

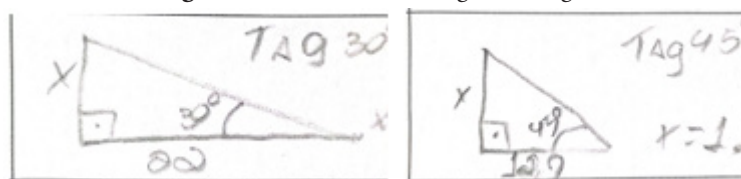
A discussão conduzida pela professora regente foi essencial para estabelecer as bases teóricas sobre como escolher a relação trigonométrica adequada em diferentes situações. Ao explicar inicialmente em sala de aula, a professora destacou que a escolha da relação depende de quais lados do triângulo retângulo são conhecidos e de qual valor está sendo solicitado, como a altura.

Foi possível observar com as discussões dos alunos que o instrumento de medida oportunizou maneiras de aplicar os conceitos de Trigonometria ampliando os conceitos, com ênfase nas relações obtidas do triângulo retângulo com: a hipotenusa (o lado oposto ao ângulo reto), o cateto oposto (o lado que se opõe ao ângulo considerado) e o cateto adjacente (o lado que fica ao lado do ângulo considerado). Os registros da prática dos alunos são apresentados na Figura 3.

Figura 3 – Registros da prática

Fonte: Registro da primeira autora

Usando o suporte do desenho do triângulo retângulo, conforme a Figura 4, os alunos anotaram os valores correspondentes aos lados, a hipotenusa, o cateto oposto e o cateto adjacente, e a partir disso, decidiram qual relação trigonométrica (seno, cosseno ou tangente) seria mais adequada para calcular a altura.

Figura 4 – Desenho do triângulo retângulo

Fonte: Registro da primeira autora

A prática de utilizar um instrumento de medida para realizar a coleta de dados de forma prática e contextualizada se mostrou uma maneira eficaz para que os alunos ampliassem os conceitos trigonométricos.

4ª Etapa: Socialização e apresentação final

Após determinar os valores referentes a distância e os ângulos, os grupos em sala de aula, finalizaram as contas e encontraram as alturas. O Grupo 1 realizou a medição do “Trailer do Noel” utilizando três distâncias diferentes, conforme a Figura 5.

Figura 5 – Registros do Grupo 1

Trailer do Noel	25°	5,50m	$\text{tg } 25^\circ \times \frac{x}{5,50}$ $0,466 \cdot 5,50$ $2,563 + 1,46 = 4,023\text{m}$
	35°	5,80m	$\text{tg } 35^\circ \times \frac{x}{5,80}$ $0,700 \cdot 5,80$ $4,06 + 1,45 = 5,51\text{m}$
	20°	7,60m	$\text{tg } 20^\circ \times \frac{x}{7,60}$ $0,363 \cdot 7,60$ $2,7588 + 1,50 = 4,2588\text{m}$

Fonte: Registro da primeira autora da folha com os cálculos

O Grupo 1, ao determinar uma distância de 5,5m do objeto escolhido encontrou um ângulo de 25°. Logo, o cálculo da tangente de 25° multiplicada pela distância horizontal foi de aproximadamente 2,563, que somada com a altura do aluno de 1,46m resultou na altura final de 4,023m. O segundo e o terceiro cálculo foram realizados utilizando o mesmo procedimento, mas com alturas e ângulos diferentes. Com a distância igual a 5,8m e um ângulo de 35° a altura aproximada foi de 4,06m, somada à altura do aluno resultou em 5,51m. Já com a distância maior, com 7,6m e ângulo igual a 20°, a altura encontra foi de 4,2588m.

Dessa forma, nas três alturas encontradas, vemos uma pequena diferença que pode ser causada devido a precisão do instrumento de medição. Como o Teodolito foi confeccionado pelos alunos, já era prevista, uma imprecisão durante o uso. Outro fator são os cálculos trigonométricos, que, especialmente para a função tangente, pequenas variações no valor do ângulo ou no arredondamento, podem causar diferenças significativas nos resultados. Por exemplo, a tangente de 35° é igual a 0,7002 é considerada maior do que a tangente de 25° que é equivalente a 0,4663, o que explica a altura significativa maior obtida no cálculo referente a 35°.

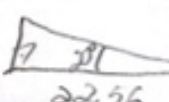
Em um cenário ideal, as três medições de ângulo e distância deveriam resultar na mesma altura para o “Trailer do Noel”. No entanto, os valores variam de 4,023m, 5,51m e 4,258m. A diferença de mais de 1m entre a segunda (5,51m) e a primeira (4,023) sugere que as medições de ângulo ou distância horizontal no segundo caso (35° e 5,8m) podem ter sido menos precisas ou que a tangente do ângulo de 35° teve um impacto maior nos cálculos.

Essas situações permitem que o professor discuta com os alunos sobre a importância de um instrumento preciso. Se os conceitos trigonométricos desenvolveram conforme as necessidades da

sociedade (Oliveira; Siqueira, 2023), então pode ser compreendido que o aprimoramento dos instrumentos históricos, como o Teodolito, a partir das motivações sociais.

O Grupo 2 escolheu determinar a altura da “Árvore”. As distâncias escolhidas pelo grupo foram de 15,58m, 11,66m e 22,56m, com os respectivos ângulos, 28°, 35° e 20°. O cálculo foi realizado da mesma forma que o Grupo 1, resultando em três alturas aproximadas de 8,2m, 8,16m e 8,16m, conforme mostra a Figura 6.

Figura 6 – Resolução do Grupo 1

Árvore (x)	28°	15,58	 $\frac{0,531}{15,58} = \frac{x}{15,58}$ $x = 0,531 \cdot 15,58 = 8,2m$
	35°	11,66	 $\frac{0,700}{11,66} = \frac{x}{11,66}$ $x = 0,700 \cdot 11,66 = 8,16m$
	20°	22,56	 $\frac{0,363}{22,56} = \frac{x}{22,56}$ $x = 0,363 \cdot 22,56 = 8,16m$

Fonte: Registro da primeira autora da folha com os cálculos

Apesar das diferentes distâncias horizontais e ângulos de elevação, os resultados convergem para valores próximos, o que sugere que as medições foram consistentes e a altura da “Árvore” seja de aproximadamente 8m. Assim como na análise anterior, pequenas variações no ângulo e na distância horizontal podem resultar em pequenas diferenças nos resultados. Isso reforça a importância de instrumentos precisos e métodos de medição adequados.

Já o Grupo 3 escolheu um objeto maior para a realização dos cálculos, o que gerou uma diferença interessante para discussão em sala. O grupo escolheu determinar a altura da “Igreja” utilizando três distâncias de 5,3m, 1,67m e 8,65m, com os respectivos ângulos 70°, 52° e 40°. O cálculo foi realizado multiplicando a distância horizontal encontrada pelo valor do ângulo da tangente. Contudo, no momento de somar a altura do aluno que teria ficado responsável por segurar o instrumento, o grupo utilizou três alturas diferentes, o que implicou alterações no resultado, conforme mostra na Figura 7.

Figura 7 – Resolução do Grupo 3

Igreja	70°	5,30	 $\tan 70^\circ = \frac{h}{5,30}$ $h = 2,141 \cdot 5,30$ $h = 11,3571$	$h = 11,3571 + 1,53 = 12,8871m$
	52°	1,67	 $\tan 52^\circ = \frac{h}{1,67}$ $h = 1,40113$	
	40°	8,65	 $\tan 40^\circ = \frac{h}{8,65}$ $h = 7,25735$	

Fonte: Registro da primeira autora da folha com os cálculos

Embora o valor da altura do observador tenha implicado em alterações nos resultados, é perceptível que à medida que o ângulo de elevação diminui, a altura calculada também diminui, ou seja, o ângulo de 70° resultou em uma altura final de 16,1491m, o ângulo de 52° resultou em uma altura de 9,05113m e o ângulo de 40° resultou em uma altura de 8,86735m. Isso é esperado, já que, com um ângulo menor e uma distância horizontal maior, a linha de visão do observador tem menos inclinação em relação à altura do objeto, o que gera uma altura menor no cálculo.

Por fim, o Grupo 4 também escolheu determinar a altura da “Igreja”, conforme mostra a Figura 8.

Figura 8 – Resolução do Grupo 4

Igreja	85°	12.30m	$\text{tg } 85^\circ = \frac{x}{12.30}$ $11.430 \cdot 12.30$ $140.589 + 1.61 = 142.199\text{m}$
	60°	24.30m	$\text{tg } 60^\circ = \frac{x}{24.30}$ $1.732 \cdot 24.30$ $42.0876 + 1.60 = 43.6876\text{m}$
	80°	12.10m	$\text{tg } 80^\circ = \frac{x}{12.10}$ $5.671 \cdot 12.10$ $68.73252 + 1.64 = 70.37252\text{m}$

Fonte: Registro da primeira autora da folha com os cálculos

As três distâncias utilizadas pelo grupo foi de 12,3m, 24,3m e 12,1m com os respectivos ângulos 85°, 60° e 80°. Para determinar o valor da altura, os alunos realizaram a multiplicação do valor da distância horizontal pelo valor do ângulo da tangente. Ao final, os alunos também somaram o valor da altura referente ao aluno que possivelmente segurou o Teodolito, contudo, nos três casos o valor da altura sofreu pequenas alterações sendo de 1,61m, 1,60 e 1,64m.

Após os cálculos as alturas encontradas foram de 142,199m, 43,6876m e 70,37252m, e que não apresentam aproximações. Assim, ao comparar os resultados encontrados pelo Grupo 3 e Grupo 4 podemos observar que o Grupo 3 encontrou alturas que variam entre 8,86735m e 16,1491m, mostrando uma diferença modesta entre os valores conforme o ângulo de elevação diminui. Já o Grupo 4, as alturas variam entre 43,6876m e 142,199m, sendo muito maiores do que as alturas encontradas pelo Grupo 3.

Assim, podemos observar que as medições do Grupo 1 e Grupo 2 se aproximaram de valores reais, mesmo com pequenas alterações que poderiam ser causadas pela imprecisão do instrumento de medida. Já o Grupo 3 e o Grupo 4 apresentam uma grande variação nos resultados, em especial, pela altura do objetivo escolhido ser elevado, o que implicaria na necessidade de um instrumento com maior precisão.

A importância de mostrar a precisão dos instrumentos de medição para os alunos vai além de ensiná-los a obter dados corretos em atividades práticas. Ao compreender a importância da precisão nos instrumentos de medida, os alunos aprendem a valorizar o rigor nos experimentos e a interpretar os resultados obtidos. O desenvolvimento dos instrumentos de medição, como o Teodolito, reflete a crescente demanda por precisão em cálculos matemáticos ao longo da história. A necessidade no aprimoramento nas precisões desses instrumentos de medida, atualmente, representa uma melhoria significativa na qualidade das medições e, por consequência, nos cálculos derivados delas.

Nas observações individuais dos alunos no relatório final, onde se questionava se foi possível com a prática compreender os conceitos de Trigonometria, alguns registros dos alunos foram:

Aluno (C): *Eu adorei a prática tanto em sala de aula ou na praça, para mim ficou bem claro o uso do Teodolito.*

Aluno (D): *Foi ótima a experiência da pesquisa, consegui entender o assunto ainda mais.*

Aluno (E): *Sim, mas para mim foi um pouco mais difícil por conta da dificuldade.*

Aluno (F): *Achei interessante e diversificado, pois realmente se entende a função da Matemática [...] a prática com o Teodolito além de ser legal, nos mostrou o motivo da Trigonometria e da Matemática.*

O relato dos alunos indica que a utilização de ferramentas concretas, como o Teodolito, facilita a aprendizagem, especialmente ao trazer a Matemática para um contexto prático. O aluno E reconhece que a prática contribuiu para o entendimento da Trigonometria, mas relata que foi “um pouco mais difícil” devido à sua dificuldade pessoal. Este relato é relevante porque mostra que, mesmo com uma atividade prática e contextualizada, alguns alunos podem enfrentar barreiras, seja por falta de familiaridade com o equipamento ou dificuldade em conectar a teoria e a prática.

Por fim, o comentário do Aluno F indica que a atividade ajudou a compreender o porquê da Matemática, indo além da simples execução de fórmulas e cálculos. Esse tipo de comentário mostra que o aluno entendeu o propósito da Trigonometria como ferramenta prática. Quando os alunos conseguem ver a relevância do conteúdo para problemas do mundo real, a Matemática deixa de ser apenas uma disciplina abstrata e passa a ter significado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A prática permitiu que os alunos compreendessem a necessidade que levou à criação do instrumento, favorecendo, como propõem Pereira e Saito (2018), um aprendizado crítico sobre o desenvolvimento tecnológico e suas conexões com o cotidiano da época. Batista e Pereira (2020) ressaltam a importância de considerar, em sala de aula, contextos históricos nos quais apenas um único instrumento estava disponível para medições. Essa abordagem dialoga com a segunda contribuição apontada por Fried (2001), que destaca como a HM enriquece o ensino, diversifica estratégias pedagógicas e amplia a compreensão dos alunos sobre o papel da Matemática na sociedade.

O uso do Teodolito caseiro como recurso didático, aliado à exploração de contextos históricos, mostrou-se uma estratégia eficaz para ampliar a abordagem dos conceitos de Trigonometria. Destacamos que, durante a implementação da prática, os erros observados estavam relacionados apenas à precisão das medições, e não à compreensão ou aplicação dos conceitos trigonométricos.

Uma dificuldade observada foi o tempo reduzido para a socialização em sala, visto que os alunos mostraram grande interesse em discutir a validade dos resultados após as medições. Para uma aplicação futura, sugerimos que, após toda a prática e com os resultados em mãos, seja reservado mais tempo para esse processo. Além disso, propõe-se retomar a discussão sobre a necessidade de modernização dos instrumentos de medição, considerando as demandas atuais e as imprecisões observadas nas medições feitas pelos alunos.

Com isso, a prática com o Teodolito no ensino de Trigonometria possibilitou evidenciar as três contribuições da HM conforme descrito por Fried (2001), em especial, nos momentos de fornecer

insight sobre conceitos, problemas e soluções de problemas, ampliando os conceitos de Trigonometria. Logo, vemos uma possibilidade para novos trabalhos a exploração de outros instrumentos históricos em sala de aula, permitindo comparar os diferentes métodos de medição e o desenvolvimento dos instrumentos matemáticos.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Maria Helena de; OLIVEIRA, Rannyelly Rodrigues de; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Um Recurso Histórico para Estudos Iniciais de Trigonometria : Apresentando o Teodolito. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática–BOCEHM**, v. 5, n. 13, p. 66–76, 2018. <https://doi.org/10.30938/bocehm.v5i13.69>

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Um levantamento nacional e internacional de pesquisas que mobilizaram ou articularam saberes geométricos e trigonométricos por meio de instrumentos ou tratados antigos. **Revista História da Matemática para Professores – RHMP**, v. 9, n. 1, p. 1–10, 2023. Disponível em: <https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/94>. Acesso em: 27 out. 2024.

FRIED, Michael N. Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist?. **Science & Education**, v. 10, n. 4, p. 391–408, 2001. <https://doi.org/10.1023/A:1011205014608>

OLIVEIRA, Isabela Cristina; SIQUEIRA, Mônica de Cássia. Trigonometria em sala de aula: uma possibilidade à luz da História da Matemática. In: Seminário Nacional de História da Matemática–SNHM, 15., 2023, Maceió. **Anais eletrônicos** [...]. Maceió: SBHMat, 2023, p. 1-15. Disponível em: <https://snhm.com.br/anais/article/view/17>. Acesso em: 27 out. 2024.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. Pesquisas envolvendo instrumentos matemáticos: um estudo a partir de trabalhos publicados no SNHM. In: Seminário Nacional de História da Matemática–SNHM, 15, 2023, Maceió. **Anais eletrônicos** [...]. Maceió: SBHMat, 2023, p. 10-19. Disponível em: <https://snhm.com.br/anais/article/view/24>. Acesso em: 27 out. 2024.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de Matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática – BOCEHM**, v. 5, n. 14, p. 109–122, 2018. <https://doi.org/10.30938/bocehm.v5i14.225>