

## Frações: um olhar para as obras de Osvaldo Sangiorgi

### Fractions: a look into the works of Osvaldo Sangiorgi

Pamela Gonçalves<sup>1</sup>  

Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste

Dulcyene Maria Ribeiro<sup>2</sup>  

Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste

#### RESUMO

Este artigo analisa as abordagens do conteúdo de frações em livros didáticos brasileiros escritos por Osvaldo Sangiorgi com o objetivo de compreender como esse tema é introduzido e apresentado. Considera-se que os livros didáticos são uma fonte importante para o registro das disciplinas escolares e suas transformações ao longo do tempo. Nesse sentido, foram levados em conta aspectos do contexto histórico correspondente à data de publicação de cada obra. Por meio de uma abordagem exploratória e qualitativa, foram analisadas três obras de períodos distintos. A análise revelou que os livros sofreram mudanças ao longo do tempo, especialmente na explicitação dos conteúdos, no uso de recursos visuais, na incorporação de elementos históricos e na aplicação de situações do cotidiano. As três obras seguem uma sequência lógica na organização dos conteúdos, que são apresentados de forma intuitiva, utilizando elementos do cotidiano e com um aumento progressivo no nível de dificuldade. Observa-se, ainda, que as mudanças nos livros ao longo do tempo incluem o aprimoramento dos recursos visuais, a aplicação da teoria dos conjuntos e a integração de situações práticas do dia a dia.

**Palavras-chave:** Livros didáticos como fonte de pesquisa; Educação Matemática; Movimento da Matemática Moderna.

#### ABSTRACT

This article analyzes the approaches to fraction content in Brazilian textbooks written by Osvaldo Sangiorgi, aiming to understand how this topic is introduced and presented. Textbooks are considered an important source for recording school subjects and their transformations over time. In this regard, aspects of the historical context corresponding to the publication date of each work were considered. Through an exploratory and qualitative approach, three works from different periods were analyzed. The analysis revealed that the books underwent changes over time, particularly in the explicitness of content, the use of visual resources, the incorporation of historical elements, and the application of real-life situations. The three works follow a logical sequence in organizing the content, which is presented intuitively, using everyday elements and progressively increasing in difficulty. Furthermore, the changes in the books over time include the enhancement of visual resources, the application of set theory, and the integration of practical, real-life situations.

**Keywords:** Textbooks as a research source; Mathematics Education; Modern Mathematics Movement.

#### CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O presente trabalho é resultado de estudos desenvolvidos em uma disciplina intitulada “Aspectos da História e Historiografia da Educação Matemática” do programa de pós-graduação *stricto sensu*, Educação em Ciências e Educação Matemática (PPGECM), da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste, *campus* Cascavel.

Os livros, fontes desse trabalho, fazem parte do acervo do laboratório de matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Unioeste/Cascavel-PR. Os materiais consultados são de autoria

<sup>1</sup> Mestre em Educação pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste). Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática (PPGECM/Unioeste). Professora colaboradora na Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), Cascavel, Paraná, Brasil. E-mail: [pangoncalves@gmail.com](mailto:pangoncalves@gmail.com).

<sup>2</sup> Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo (USP), com estágio (doutorado sanduíche) na Universidade de Lisboa. Professora efetiva da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), Cascavel, Paraná, Brasil. E-mail [dulcyene.ribeiro@unioeste.br](mailto:dulcyene.ribeiro@unioeste.br).

de Osvaldo Sangiorgi<sup>3</sup> e foram organizados em ordem cronológica: *1ª Série Ginásial da Coleção Matemática Curso Ginásial*, publicado em 1955; *Matemática 1: Curso Moderno, volume 1 para os ginásios*, de 1965; e *Matemática 5, para cursos de primeiro grau (antiga primeira série do ginásial)*, de 1972.

Em relação à natureza do estudo, trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo, que se deu por meio de leitura exploratória das abordagens sobre o conteúdo de frações presentes nas obras. O objetivo deste trabalho é compreender como as frações são introduzidas e apresentadas por meio da análise de abordagens adotadas em livros didáticos brasileiros de matemática do autor Osvaldo Sangiorgi.

A escolha relativa ao conteúdo de frações se deu em razão do interesse pela temática, uma vez que esse conteúdo é tratado em vários anos de escolarização. Já quanto à escolha dos livros, a disponibilidade de acesso a essas obras, foi o fator determinante.

Valente (2008) afirma que os livros didáticos representam fontes importantes para a análise do ensino de matemática sob uma perspectiva histórica:

Talvez seja possível dizer que a matemática se constitua na disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos. Das origens de seu ensino como saber técnico militar, passando por sua ascendência a saber de cultura geral escolar a trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática escolar no Brasil pode ser lida nos livros didáticos (Valente, 2008, p. 151).

De acordo com Choppin (2004, p. 533), os livros didáticos oportunizam colocar em prática “aprendizagens, atividades, exercícios, facilitando a memorização e favorecendo a aquisição de competências e habilidades”. Portanto, o livro didático é um dos responsáveis pela constituição do conhecimento que, historicamente, foi transmitido pelos manuais ao longo da vida escolar das crianças e jovens.

## O MOMENTO HISTÓRICO EM QUE AS OBRAS FORAM PUBLICADAS

O final da Segunda Guerra Mundial, propiciou, nos Estados Unidos e em alguns países do continente europeu, o surgimento de comissões e congressos em que se discutia uma possível reforma do ensino de matemática, uma vez que era necessário adequar seu ensino ao emergente avanço científico, técnico e econômico. Iniciativas de reformas foram desenvolvidas entre meados dos anos 1950 e parte dos anos 1970 adquirindo a forma de um movimento internacional, conhecido como Matemática Moderna (Matos; Valente, 2010). No Brasil, ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM).

O MMM procurava aproximar a matemática ensinada no ensino básico àquela desenvolvida pelos pesquisadores e ensinada nos cursos superiores. De acordo com Sangiorgi (1965, p. 1), “é preciso superar, com trabalho honesto e construtivo, a herança de um ensino anacrônico de Mate-

<sup>3</sup> Nascido em 9 de maio de 1921, doutor em matemática pela USP, foi professor da Universidade Mackenzie e do magistério do Estado de São Paulo, ingressou no Departamento de Comunicações e Artes, onde foi fundador do núcleo de pesquisa Cibernética Pedagógica. Era membro fundador da Academia de Letras de Campos do Jordão e membro titular da Academia Paulista de Educação. Ganhou o Prêmio Jabuti na categoria “Ciências Exatas” em 1964 pelo livro “Matemática Curso Moderno”. Faleceu em 7 de julho de 2017 em São Paulo. Disponível em: <https://cpp.org.br/falece-em-sao-paulo-o-doutor-em-matematica-professor-osvaldo-sangiorgi/>. Acesso em: 16 dez 2024.

mática”. Alterações de currículo e sistema de ensino foram principalmente baseadas em produções internacionais, como livros e materiais produzidos pelo grupo *School Mathematics Study Group* (SMSG), traduzidos em vários idiomas, com início em 1958 (D’Ambrosio, 1987).

Na década de 1960, no Brasil, essas discussões oportunizaram a formação de grupos de professores, como o GEEM<sup>4</sup>, o NEDEM<sup>5</sup> e o GEEMPA<sup>6</sup>, cujas ações contribuía com coordenação de cursos de formação de professores, produção de material escrito, influências no governo e mudanças em programas de ensino de matemática (Fischer, 2008).

Dentre os nomes em destaque, pode-se citar Sangiorgi, Castrucci, Jacy Monteiro, Barbosa, Caroli e D’Ambrosio que eram associados diretamente ao GEEM. Soares (2001) argumenta que com o MMM destacaram-se outros líderes e pesquisadores, que durante as décadas seguintes participariam ativamente do cenário da Educação Matemática brasileira, como Omar Catunda, Mello e Souza, Martha Maria de Souza Dantas, entre outros.

Em torno de 1966, ocorriam muitos projetos, seminários e congressos em que se discutiam a formação de professores, adaptações de currículos e materiais didáticos, promovendo o livro didático como um influente recurso de divulgação das propostas do MMM (D’Ambrosio, 1987). Em contrapartida, em meados dos anos 1970, o MMM recebia fortes críticas, segundo Búrigo (1989), a oposição delineada nos programas de matemática moderna entre a álgebra e a geometria euclidiana, gerava problemas de compreensão e por consequência, evitava que as resoluções fossem feitas por uso da teoria dos conjuntos.

Santos (2015) pondera que o estudo de obras didáticas gera indícios para buscar um caminho para a compreensão do MMM, como a sua articulação, o movimento organizado e principalmente as mudanças expressas de forma escrita nos livros didáticos.

Na próxima seção apresenta-se a descrição das obras selecionadas, listando características e aspectos relevantes para a investigação sobre o conteúdo de frações. A ordem dos livros respeita a data da publicação.

## LIVRO DA DÉCADA DE 1950

A década de 1950 foi um período importante para o Movimento da Matemática Moderna (MMM), pois marcou o início de esforços sistemáticos para reformular o ensino da matemática. Esse movimento surgiu como resposta à necessidade de modernização curricular diante dos avanços científicos e tecnológicos da época, impulsionados, em parte, pela corrida espacial e pelo contexto da Guerra Fria.

Como representante desta década, selecionou-se a obra: *1ª Série Ginásial da Coleção Matemática Curso Ginásial*, 11ª edição, produzido pela Editora Nacional, no ano de 1955. A obra possui 268 páginas. De forma descritiva, quanto à aparência, esta obra exibe formas gráficas e destaque à palavra “matemática” na capa (Figura 1) e internamente, predomina a escrita em preto com detalhes em tons de laranja.

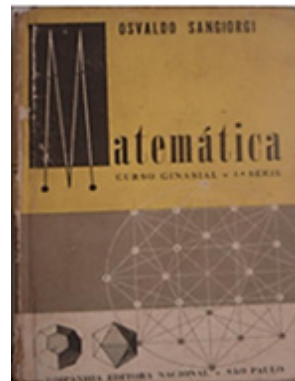
---

<sup>4</sup> Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), fundado em outubro de 1961 em São Paulo.

<sup>5</sup> Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática. Grupo paranaense fundado em 1962.

<sup>6</sup> Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Porto Alegre, fundado em 1970.

Figura 1 - Capa do livro



Fonte: Sangiorgi (1955).

Quanto aos conteúdos, apresenta seus assuntos distribuídos em quatro capítulos e aborda “Números fracionários” no terceiro capítulo. Além disso, apresenta, ao final dos quatro capítulos, “exercícios de recapitulação” em que são propostas expressões numéricas e problemas envolvendo os conteúdos trabalhados. As seções iniciais sobre o conteúdo de fração estão dispostas na imagem (Figura 2) a seguir.

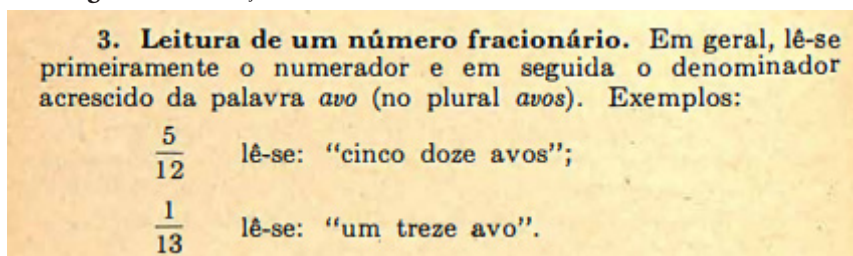
Figura 2 - Recorte do índice no capítulo 3

CAPÍTULO III	
Números fracionários; operações fundamentais; métodos de resolução de problemas sobre frações; frações decimais como números decimais.	
§ 1. Números fracionários:	
Noção intuitiva de fração. Definição. Frações próprias, impróprias e aparentes. Extração de inteiros. Números mistos. Propriedades das frações. Simplificação. Frações irredutíveis. Redução ao mesmo denominador. Redução de frações ao mínimo denominador comum. Comparação de frações. Aplicações. Exercícios sobre frações.....	117
§ 2. Operações fundamentais com as frações:	
Adição de frações de mesmo denominador e de denominadores diferentes. Subtração de frações de mesmo denominador e de denominadores diferentes. Uso de parênteses. Multiplicação. Observações. Potenciação. Divisão. Expressões aritméticas fracionárias. Exercícios sobre operações com frações.....	133
Curiosidades sobre frações.....	147
§ 3. Métodos de resolução de problemas sobre frações:	
Métodos de resolução de nove problemas. Problemas sobre frações.....	148
§ 4. Frações decimais como números decimais:	
1. NOÇÃO INTUITIVA E OPERAÇÕES: Noção intuitiva e definição. Leitura de um número decimal. Transformação de uma fração decimal em um número decimal e vice-versa. Propriedades dos números decimais. Operações com os números decimais. Observações. Quocientes aproximados. Exemplos de aplicação.....	157
2. CONVERSÃO DE FRAÇÃO ORDINÁRIA A UM NÚMERO DECIMAL E VICE-VERSA: Condição para que uma fração ordinária se converta numa decimal exata. Condição para que uma fração ordinária se converta numa dízima periódica. Geratrizes. Observação. Expressões aritméticas envolvendo dízimas periódicas. Exercícios sobre números decimais.....	166

Fonte: Adaptado de Sangiorgi (1955, p. 9)

Os conceitos iniciais das frações são tratados como noções intuitivas, para então apresentar a definição, utiliza como exemplo um “tablete de chocolate” dividido em “em três partes iguais”, em que “1) uma dessas partes representa uma fração do chocolate que chamaremos de *um terço* e indicamos por  $1/3$ . 2) duas partes representam outra fração que chamaremos *dois terços* indicamos por  $2/3$ ” (Sangiorgi, 1955, p. 117, *grifos do autor*).

Nesta obra o autor apresenta a definição de número fracionário como: “um número que representa uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais” (p. 117). Há uma preocupação com a “leitura de um número fracionário” (Figura 3), e sequencialmente aborda como se faz a leitura desses números, define frações ordinárias, decimais, impróprias e aparentes.

**Figura 3** - Descrição de como fazer a leitura de um número fracionário

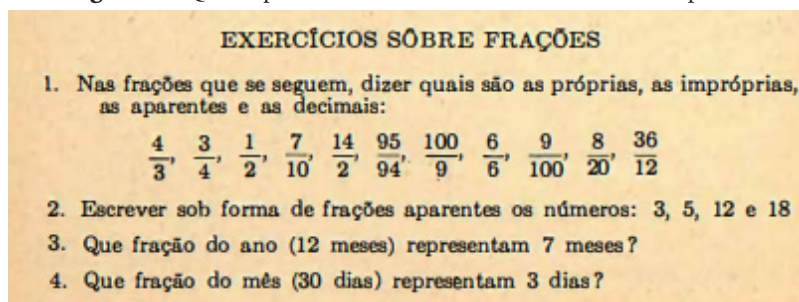
Fonte: Sangiorgi (1955, p. 118)

O autor enfatiza cálculos, representações numéricas, sem mencionar sobre a visualização desses números de forma geométrica, fazendo, novamente, uso do tablete de chocolate (que aparece no começo do capítulo) para conceituar frações impróprias (Figura 4), com destaque para a última parte, com a repetição de “cho” da palavra “chocolate”, indicando a parte de outro inteiro.

**Figura 4** -  $\frac{3}{3}$  de chocolate mais a terça parte de outro chocolate, representando  $\frac{4}{3}$ 

Fonte: Sangiorgi (1955, p. 119)

Depois de definir frações próprias, impróprias e aparentes, o autor segue com definições de números mistos e com a “extração de inteiros”, de acordo com o autor “pode-se sempre extrair os inteiros de uma fração imprópria, bastando para isso dividir o numerador pelo denominador [...] o quociente obtido é a parte inteira da fração imprópria” (1955, p. 120). Sequencialmente são abordadas as propriedades, simplificação, formas de redução, formas irredutíveis, “redução de frações ao mesmo denominador” (p. 124), “redução de frações ao mínimo denominador” (p. 125) e comparações, fechando a seção com vinte “exercícios sobre frações” (p.128).

**Figura 5** - Quatro primeiros exercícios da lista ao final do capítulo

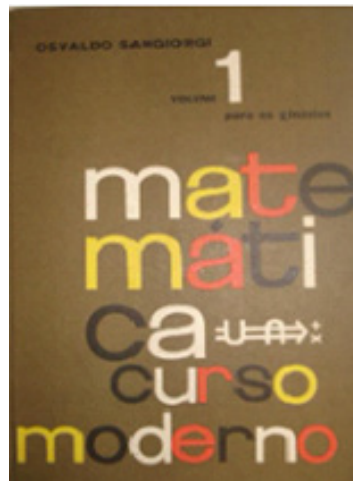
Fonte: Sangiorgi (1955, p. 128)

Em sua maioria são exercícios para treinar definições e manipulações, perguntas sem contextualização. Dos vinte exercícios, apenas o exercício cinco mencionou algo que poderia fazer parte do cotidiano, “um pacote de balas foi dividido para 3 meninos cabendo ao primeiro 5 balas, ao segundo 7 e ao terceiro 4 balas. Que fração do pacote de balas recebeu cada menino?” (Sangiorgi, 1955, p. 129).

## LIVRO DA DÉCADA DE 1960

Para esta década, selecionou-se a obra *Matemática 1: Curso Moderno*, volume 1 para os ginásios, 5ª edição, produzido pela Editora Nacional em 1965, que possui 327 páginas. Visualmente exibe destaque à palavra “matemática” e “curso moderno” na capa (Figura 6) e internamente, predomina a escrita em preto com realces em tons de azul. Compartilha as mesmas diagramações internas e externas da obra anteriormente citada.

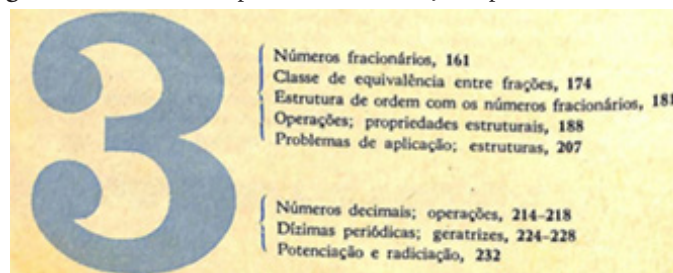
Figura 6 - Capa da obra de 1965



Fonte: Sangiorgi 1965

O índice é apresentado de forma mais sucinta, apenas listando as seções principais. Permanece a distribuição em quatro capítulos abordando “números fracionários” também no terceiro capítulo (Figura 7).

Figura 7 - Recorte do capítulo 3 e as descrições apresentadas no índice



Fonte: Sangiorgi (1965, p. X)

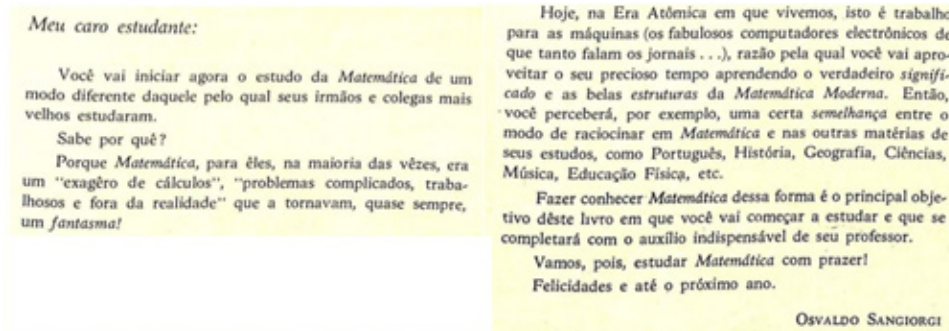
A obra segue a mesma abordagem (em comparação a obra de 1955) introdutória dos números fracionários, mantendo o uso do “tablete de chocolate” dividido em três partes iguais e com explicações idênticas a obra de 1955. O diferencial aparece na descrição dada pelo autor na sequência das explicações: “nasce, portanto, uma nova *espécie* de número (lembre-se que até agora você só ‘trabalhou’ com os números naturais e números inteiros) denominado *número fracionário*” (Sangiorgi, 1965, p. 161, *grifos do autor*).

Um aspecto relevante a ser observado nesta obra é a inserção da Teoria dos Conjuntos no primeiro capítulo do livro, creditado à influência ao MMM vigente no período. Segundo Wrobel e Kill

(2021, p. 6) “a teoria dos conjuntos era o pilar do modernismo e a noção de estrutura possibilitava uma abordagem que interessava à Matemática Moderna”.

Outro ponto a ser destacado, na parte de apresentação da obra, é a mensagem do autor, que em poucas palavras descreve as mudanças que serão encontradas na obra quando comparadas com edições anteriores.

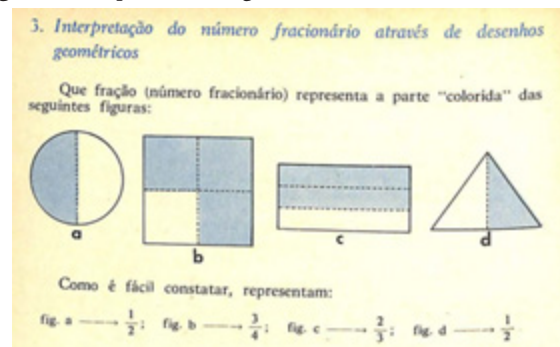
**Figura 8** - Mensagem do autor aos estudantes



Fonte: Sangiorgi (1965, p. XIII)

Percebe-se a preocupação do autor em explicar as mudanças, citando sobre uma possível interdisciplinariedade. Além disso, uma das novidades está na “interpretação do número fracionário através de desenhos” (Sangiorgi, 1965, p. 164), em que o autor explora aspectos visuais para explicar o número fracionário por meio de diferentes formas geométricas regulares (Figura 9).

**Figura 9** - Representação geométrica de números fracionários



Fonte: Sangiorgi (1965, p. 164)

Depois da interpretação dos números fracionários por meio de desenhos, Sangiorgi (1965) escreve sobre frações próprias, impróprias e aparentes e traz alguns exemplos e exercícios. Segundo Wrobel e Bill (2021, p. 10) a percepção do autor seria “uma vez que o aluno já esteja ‘amadurecido’, pode receber uma definição geral de número fracionário”. Sangiorgi (1965) define que “em um número fracionário participam dois números inteiros: o primeiro (numerador) e o segundo (denominador)”, com a observação de que o segundo não pode ser zero pois “é impossível dividir alguma coisa por zero” (p. 168).

Sequencialmente são abordadas as “relações entre números inteiros e números fracionários” em que o autor aborda as operações dentro dessas relações: “um número fracionário indica, também, a divisão entre o numerador e o denominador” (Sangiorgi, 1965, p. 169). No final da seção, o autor

provoca com a seguinte “observação: Quanto vale  $0/2$ ?”, seguida da resposta “Vale 0, pois, dentro da *noção intuitiva* estudada, se você dividir a unidade em duas partes e considerar ‘nenhuma’ dessas partes, ficará com zero...e, dentro do conceito da *operação divisão* o quociente é 0, pelo fato de:  $0 \times 2 = 0$ ” (Sangiorgi, 1965, p. 169, *grifos do autor*).

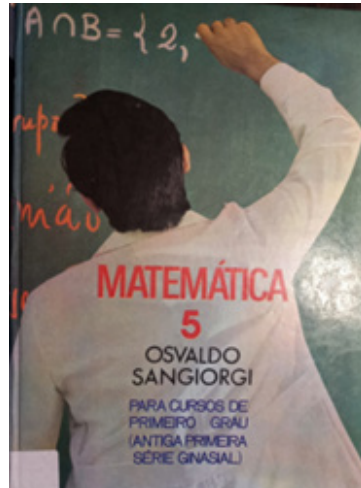
Depois da sugestão para estudo com “exercícios exploratórios”, há a seção “extração de inteiros de frações impróprias: números mistos” (Sangiorgi, 1965, p. 170), seguido de mais quinze “exercícios de fixação” (Sangiorgi, 1965, p. 171).

O próximo conteúdo explorado são “classes de equivalência entre frações”, proposta de ensino que difere da obra de 1955, de acordo com Wrobel e Kill (2021, p. 8) a inclusão do tema frações relacionado à classe de equivalência é uma inovação do “currículo moderno”.

## LIVRO DA DÉCADA DE 1970

O representante selecionado para esta década, é a obra de Osvaldo Sangiorgi, publicada em 1972 pela Companhia Editora Nacional, que tem 132 páginas. Segundo a obra, o ano data o ‘sesquicentenário da Independência do Brasil (ano internacional da Educação)’. Na capa, exibe destaque ao professor atuando, expressa pela imagem do profissional trajando um jaleco, com giz na mão, e escrevendo na lousa a representação simbólica da intersecção entre dois conjuntos, conteúdo não abordado na obra de 1955, mas já presente na de 1965 (Figura 10).

**Figura 10** - Capa da obra de 1972



**Fonte:** Sangiorgi, 1972

A obra se inicia com uma mensagem de apresentação do autor desejando sorte, com elementos lúdicos e personagens de formas heterogêneas, permanece a escrita em preto com realces em um único tom, neste caso tons rosados (Figura 11).



Figura 11 - Mensagem do autor e exemplo do uso de imagens lúdicas



Fonte: Sangiorgi (1972, s/p e p. 7)

O que antes era nominado de “índice” (1955) ou “índice da matéria” (1965), passou a ser chamado de “sumário”, com uma descrição de tópicos. A temática das frações aparece no item 15, com a descrição “Números Racionais – conjunto  $Q$ ” (1972, p.1, *grifo do autor*). Sob o viés da teoria dos conjuntos, os tópicos são apresentados caracterizando o conjunto dos números racionais. De acordo com Jandrey, Dias e Santos (2021, p. 7), “a ideia era que a noção de conjunto fosse desenvolvida desde os primeiros anos escolares, da observação e experiência para a abstração matemática”. Os conteúdos abordados sequencialmente, são operações no conjunto, problemas de aplicação e notação decimal (Figura 12).

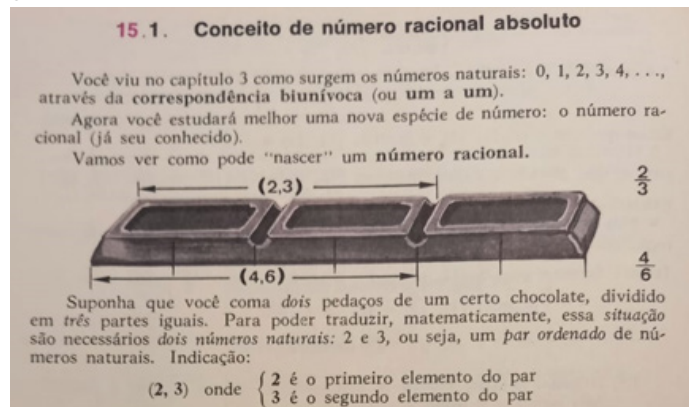
Figura 12 - Sumário

SUMÁRIO	
1. Conjuntos e relações	2
2. Operações com conjuntos	8
3. Número natural — conjunto $N$	14
4. Sucessão dos números naturais	19
5. Contagens em bases diversas	24
6. Adição e subtração no conjunto $N$	26
7. Associação de adições e subtrações	32
8. Multiplicação e divisão no conjunto $N$	35
9. Associação de operações no conjunto $N$	43
10. Problemas de aplicação sobre as operações em $N$	45
11. Potenciação e radiciação no conjunto $N$	52
12. Divisibilidade no conjunto $N$	57
13. Números primos — fatoração completa	61
14. Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum no conjunto $N$	68
15. Números racionais — conjunto $Q$	76
16. Operações no conjunto $Q$	86
17. Problemas de aplicação	93
18. Notação decimal dos números racionais	96
19. Medidas	100
20. Medidas de superfície	108
21. Medida dos sólidos	117
22. Medidas de massa	126
23. Sistemas de medidas não-decimais	128

Fonte: Adaptação de Sangiorgi (1972, p. 1)

A introdução ao conteúdo de frações (Figura 13) é realizada com o “conceito de número racional absoluto”, faz alusão ao “capítulo 3” sugerindo um raciocínio análogo ao já praticado: “agora você estudará melhor uma nova espécie de número: o número racional (já seu conhecido)” (p. 76).

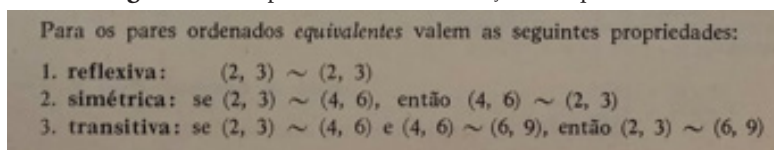
**Figura 13** - Conceito de número racional introduzido na obra de 1972



Fonte: Sangiorgi (1972, p. 76)

Antecedente ao conteúdo de “classe de equivalência”, o autor apresenta a conceituação de pares equivalentes com o uso do símbolo til ( $\sim$ ) e seu uso para indicar uma relação de equivalência. Além disso, deixa claro que essa relação deve satisfazer as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva (Figura 14).

**Figura 14** - Propriedades de uma relação de equivalência



Fonte: Sangiorgi (1972, p. 76)

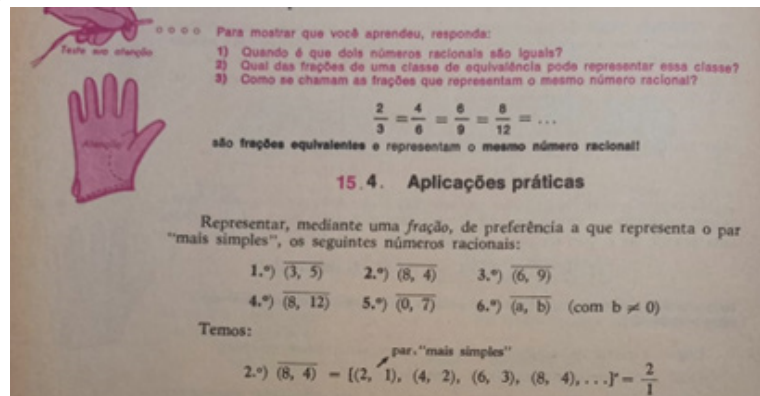
Seguindo nas seções, o autor apresenta as classes de equivalência e explana sobre a igualdade de frações definindo que:

“as classes  $\overline{(2, 3)}$  e  $\overline{(4, 6)}$  são *iguais*, por serem formadas pelos *mesmos pares*, podemos dizer: 1) as classes  $\overline{(2, 3)}$  e  $\overline{(4, 6)}$  definem o *mesmo número racional* e, portanto, as frações  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{4}{6}$  representam o mesmo número racional, isto é:  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ , 2) as frações  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{4}{6}$ , bem como aquelas que definem o *mesmo número racional*, são chamadas *frações equivalentes*” (Sangiorgi, 1972, p. 77, grifos do autor).

As frações próprias, impróprias, decimais e ordinárias aparecem somente depois dos conteúdos de classe de equivalência e frações equivalentes, o que configura uma abordagem distinta em comparação às obras de 1955 e 1965.

Os exercícios de fixação não aparecem mais ao final de cada seção, apenas há um indicativo de atividades chamadas “para mostrar que você aprendeu, responda”. Outro diferencial são as “aplicações práticas” com exemplos resolvidos, deixando alguns para o leitor resolver, tais sugestões aparecem entre tópicos e são exercícios que apresentam um exemplo resolvido para guiar o processo resolutivo (Figura 15).

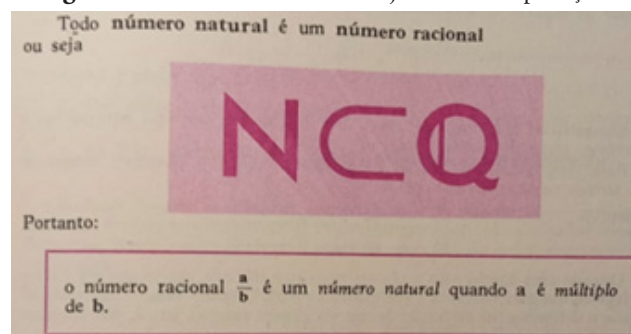
**Figura 15** - Exercícios “para mostrar que você aprendeu” e as “aplicações práticas”



Fonte: Sangiorgi (1972, p. 78)

A representação visual, com desenhos, somente aparece nas seções “recordando o estudo de frações” e “aplicações práticas” em exemplos ou formas de contextualizar uma explicação, sem ter uma seção específica, como na obra de 1965 (Figura 9). Sequencialmente, Sangiorgi (1972, p. 81) traz uma “identificação entre números naturais e números racionais com o uso de conceitos da Teoria dos Conjuntos (Figura 16), definindo:

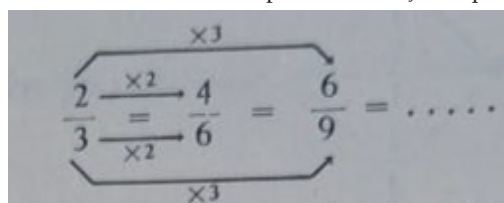
**Figura 16** - Uso da teoria dos conjuntos nas explicações



Fonte: Sangiorgi (1972, p. 81)

As frações equivalentes são obtidas por meio de uma “técnica de cálculo” que consiste na verificação “se são iguais os produtos: *numerador da primeira X denominador da segunda e denominador da primeira X do numerador segunda*” (Sangiorgi, 1972, p. 83, *grifos do autor*), representado pelo esquema da Figura 17.

**Figura 17** - Técnica de cálculo para obter frações equivalentes



Fonte: Sangiorgi (1972, p. 82)

As próximas seções trazem mais “aplicações práticas”, “redução de frações ao mesmo denominador”, “estrutura de ordem em  $\mathbb{Q}$ ” (aborda comparação de frações), seguido da “reta numerada”,

novas “aplicações práticas” e uma recomendação de realizar mais atividades no “caderno de exercícios”.

## REFLEXÕES SOBRE AS OBRAS

De forma comparativa, percebe-se similaridades nas três propostas de ensino, no entanto a inclusão do tema frações relacionado à classe de equivalência, nas obras de 1965 e 1972, é uma alusão ao “currículo moderno”. De acordo com Wrobel e Kill (2021) a abordagem sobre classe de equivalência neste período “modernista” é produto de discussões e propostas apresentadas no IV Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática e em publicações do século XX.

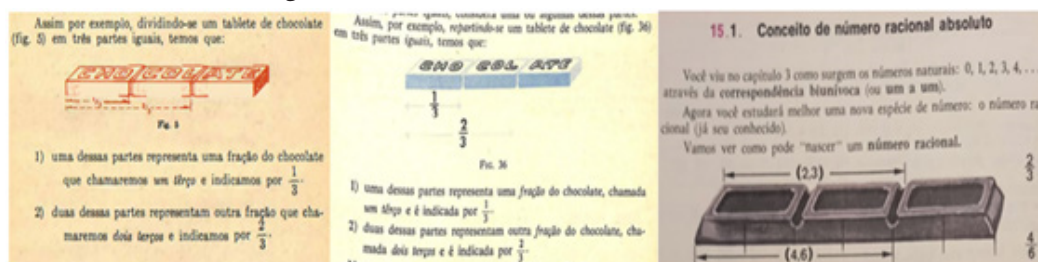
**Quadro 1** - Descrição dos conteúdos do capítulo 3 nas obras de Sangiorgi de 1955 e 1965, e item 15 da obra de 1972.

Obra de 1955	Obra de 1965	Obra de 1972
Números fracionários; Operações fundamentais; Métodos de resolução de problemas sobre frações; frações decimais como números decimais.	Números fracionários; Classe de equivalência entre frações; Estrutura de ordem com números fracionários; Operações e propriedades estruturais; Problemas de aplicação e estruturas.	Conceito de número racional absoluto; Classe de equivalência: número racional; Igualdade e representações diferentes (frações equivalentes); Aplicações práticas; Operações; Notação decimais e operações.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024)

Sangiorgi (1955; 1965) apresenta a ideia de fração, denominado “número fracionário”, como parte de um objeto, enquanto na obra de 1972, o autor mostra como “nasce um número racional”, sem deixar de fazer uso da barra de chocolate, apenas com um aspecto mais realista, como ilustrado na Figura 13. Desse modo, o autor associa fração à representação da parte de um todo que possa ser igualmente dividido. A partir da ideia de fração, o autor define número fracionário ou fração como “um número que representa uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais” (Sangiorgi, 1955, p. 97).

Figura 18 - Noção intuitiva de número fracionário



Fonte: Sangiorgi (1955, p. 97), (1965, p. 161) e (1972, p. 76), respectivamente.

Percebe-se algumas características do MMM a partir da obra de 1965, como a presença da teoria dos conjuntos na obra de 1965 e o uso conceitual dos conjuntos na obra de 1972. Por se tratar de um material produzido para alunos do primeiro ano do ensino de primeiro grau (ou equivalente) os conteúdos são abordados de forma intuitiva com elementos que compõem o cotidiano, sempre aumentando gradativamente o nível de dificuldade. Choppin (2004, p. 533) esclarece que o livro didático é uma tradução de um programa, além de se constituir como “o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações”.

As alterações de maior significado, entre as obras de 1955 e 1965, foram a atribuição da interpretação geométrica de números fracionários e a inclusão das classes de equivalência entre frações. Entre as obras de 1965 e 1972 há uma incorporação do uso da teoria dos conjuntos, uma redução na interpretação visual/geométrica de frações, além de abordar as frações impróprias, próprias e decimais depois de classes de equivalência. Nas três obras, há uma sequência lógica para a organização dos conteúdos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os livros didáticos, de acordo com Valente (2008), têm um lugar de destaque no registro escrito da história da matemática escolar no nosso país, reforçando a potencialidade desta fonte de pesquisa.

Com o passar das décadas, mudanças foram sendo implantadas nos livros, abrangendo desde os aspectos mais visuais até as representações escritas, incluindo alterações nas abordagens apresentadas.

As análises indicam que Sangiorgi, apesar de ser reconhecido como uma referência na divulgação do movimento modernista no Brasil, optou por uma transição gradual para explicitar a matemática proposta pelo movimento. Especificamente, no conteúdo de frações, na primeira obra consultada (antes MMM), o uso de ilustrações ainda era escasso, sendo adotada a estratégia introdutória de apresentação sequencial de regras, seguido de poucos exemplos e muitos exercícios de fixação.

Na obra de Sangiorgi (1965), aparece o uso de ilustrações como recurso textual e visual, exercícios de fixação, e, por mais que aborde a teoria dos conjuntos, o seu uso para a conceituação das frações não aparece de forma explícita. Já na obra de 1972, há o emprego da teoria dos conjuntos e a redução do uso das representações visuais.

Em síntese, com as análises percebe-se que os livros publicados sofreram mudanças ao longo do tempo, principalmente nas explicitações do conteúdo, seja pelos recursos visuais, o uso da teoria dos conjuntos e situações do cotidiano.

## REFERÊNCIAS

BÚRIGO, Elisabete Zardo. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: estudo do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 1989. 286 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, v. 30, n. 3, p. 549–566, set. 2004. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1517-97022004000300012>. Acesso em 10 jan, 2025.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva. **The Dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education**. Thesis (Doctor of Philosophy) – Indiana University, 1987.

FISCHER, Maria Cecília Bueno. Formação de professores em tempos de matemática moderna: uma proposta de investigação histórica. **Revista Diálogo Educacional**, v. 8, n. 25, p. 663–674, 2008.

JANDREY, Diogo Ferreira; DIAS, Laura Silva; SANTOS, Edilene Simões Costa dos. Saberes para Ensinar Frações no Livro “A Caminho da Matemática” de Adla Neme. **Revista de História da Educação Matemática**, [S. l.], v. 7, p. 1–21, 2021. Disponível em: <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/408>. Acesso em: 16 dez. 2024.

MATOS, José Manuel; VALENTE, Wagner Rodrigues. **A reforma da Matemática Moderna em contextos iberoamericanos**. 2010.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática para a primeira série ginásial**. 11 ed. São Paulo: Companhia Editora nacional, 1955.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática um curso moderno**. 5 ed. São Paulo: Companhia Editora nacional, 1965.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática para cursos de primeiro grau**. 5 ed. São Paulo: Companhia Editora nacional, 1972.

SANTOS, José Luiz Soares dos. **O movimento da matemática moderna e o ensino das operações com números fracionários**: uma análise de livros didáticos. 2015. 106 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) –Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

SOARES, Flávia. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: Avanço ou Retrocesso? 2001. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2001.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Livro didático e educação matemática**: uma história inseparável. FE –Unicamp, v. 16, n. 30, 2008. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646894>. Acesso em 25 set. 2024.

WROBEL, Julia Schaetzle; KILL, Tercio Girelli. Classes de equivalência: uma abordagem moderna para o ensino de frações. **Revista de História da Educação Matemática**, [S. l.], v. 7, p. 1–27, 2021. Disponível em: <https://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/405>. Acesso em: 27 nov. 2024.