

Caminhos Percorridos: a história da matemática na minha prática de formadora de professores

Journeys Taken: the history of mathematics in my practice as a teacher educator

Bruna Moustapha Corrêa¹  

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO

RESUMO

Neste texto, compartilho como venho utilizando a história da matemática na minha prática de formadora de professores. Para situar, descrevo brevemente a minha trajetória acadêmica e a proposta de formação de professores em serviço que desenvolvi no doutorado – as atividades problematizadoras – e mergulho na abordagem ZIZO, uma proposta para o estudo da história da matemática utilizando fontes primárias com vistas à problematização do que é matemática e do modo que é ensinada. As atividades problematizadoras trazem à tona a experiência dos professores participantes e proporcionam uma experiência histórica a eles. Já a abordagem ZIZO combina momentos de aproximação e afastamento das fontes históricas. Compartilho também alguns caminhos traçados e percorridos com o término do doutorado e as publicações decorrentes. Além disso, apresento o Coletivo de História no Ensino de Matemática (CHEMat), grupo de pesquisa interessado na integração entre a história e o ensino de matemática. Apresento a pesquisa sobre inserções históricas em livros didáticos do PNLD que temos trabalhado e como ela se transformou em ações de formação, especificamente, o minicurso Três Teoremas de Pitágoras e culminou numa disciplina optativa para a Licenciatura em Matemática da UNIRIO. Meu objetivo é mostrar como a história, particularmente o estudo com fontes originais, pode permitir problematizar o que é matemática e consequentemente o seu ensino. Destaco a necessidade de adaptação e ênfase a importância da colaboração, afinal, as iniciativas descritas só foram/são bem-sucedidas devida à parceria com colegas com diferentes expertises, buscando descentralizar o conhecimento e associando ensino, pesquisa e extensão.

Palavras-chave: Abordagem ZIZO; Historiografia Atualizada; Colaboração; CHEMat.

ABSTRACT

In this text, I share how I have been using the history of mathematics in my practice as a teacher educator. To provide context, I briefly describe my academic trajectory and the in-service teacher education proposal I developed in my doctorate – the problematizing activities – and I delve into the ZIZO approach, a proposal for studying the history of mathematics using primary sources with a view to be problematizing what mathematics is and how it is taught. The problematizing activities bring the experience of the participating teachers to the surface and provide them with a historical experience. The ZIZO approach combines moments of zoom in and zoom out from historical sources. I also share some journeys outlined and taken since the end of the doctorate and the resulting publications. Furthermore, I present the History in Mathematics Teaching Collective (CHEMat), a research group interested in the integration between history and mathematics teaching. I present the research on historical insertions in PNLD textbooks that we have been working on and how it has transformed into educational actions, specifically, the minicourse Three Pythagorean Theorems, and culminated in an elective course for the Mathematics Degree at UNIRIO. My objective is to show how history, particularly the study with original sources, can allow us to problematize what mathematics is and consequently its teaching. I highlight the need for adaptation and emphasize the importance of collaboration, after all, the initiatives described were/are only successful due to the partnership with colleagues with different expertise, seeking to decentralize knowledge and associating teaching, research, and outreach.

Keywords: ZIZO Approach; Updated Historiography; Collaboration; CHEMat.

¹ Doutora em Ensino e História da Matemática e da Física pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Professora na Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: bruna.correa@uniriotec.br.

QUEM SOU EU E UM POUCO SOBRE A MINHA TRAJETÓRIA ACADÊMICA

O Seminário Nacional de História da Matemática completa 30 anos da sua primeira edição e esta é a primeira que eu participo. Vale a pena, então, me apresentar. Faço isso para que a leitora e o leitor possam saber de onde vem essas palavras e essas ideias. Ainda que eu seja muito mais do que sou capaz de descrever sobre mim, sigo atendendo ao meu chamado de compartilhar um pouco sobre quem sou.

Sou professora e formadora de professores de matemática. Atualmente atuo na Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO) e estou vice coordenadora deste curso. Já atuei como professora da Educação Básica, majoritariamente na rede estadual do Rio de Janeiro. E desde a minha graduação encantei-me com a história da Matemática.

Depois de ter me formado bacharel e licenciada em Matemática pela Universidade Federal Fluminense, a história da matemática e a formação de professores estiveram presentes, seja na minha atuação, seja na minha formação acadêmica. Ainda que os caminhos proporcionados pela minha graduação me levassem para a pós-graduação em Matemática, pura ou aplicada, consegui seguir o meu próprio caminho, no início, orientado mais pelo meu encantamento pela história da matemática. Em dezembro de 2008, defendi a minha dissertação de mestrado sobre a Introdução à Arte Analítica de François Viète (Corrêa, 2008), no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (Pemat), da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Em seguida, comecei a atuar em projetos envolvendo a formação de professores.

Em 2015 voltei para o Pemat para cursar o doutorado. Defendi a minha tese (Moustapha-Corrêa, 2020) em junho de 2020. A tese está na interseção da formação de professores e da história da matemática, apresentando uma contribuição teórica, a postura problematizadora, e uma contribuição empírica, as atividades problematizadoras, e, mais particularmente, a abordagem ZIZO, uma proposta para o estudo da história da matemática utilizando fontes primárias com vistas à problematização do que é matemática e do modo como é ensinada.

No contexto do doutorado, realizei um período de sanduíche² com o professor Arhtur Powell na Rutgers University (New Jersey, EUA), que foi determinante para o desenho metodológico do estudo empírico realizado, e, consequente, das atividades problematizadoras. Outro caminho proporcionado pelo doutorado refere-se à parceria estabelecida com as professoras Elena Nardi e Irene Biza, da University of East Anglia (Norwich, GB) no contexto do Programa MathTASK³. Com elas, além de ter me apropriado do tipo particular de tarefas empregadas no MathTASK (Biza; Kayali; Moustapha-Corrêa; Nardi *et al.*, 2021), as quais me refiro por *mathtasks*, também pude me aprofundar mais na Teoria da *Commognition* (Sfard, 2008).

No que se refere à minha atuação na UNIRIO, alguns caminhos que venho traçando se refletem nos dois projetos de extensão que estou coordenando: “Narrativas e tarefas matemáticas na formação de professores: a matemática como acontecimento em sala de aula” e “Que história é essa? Caminhos para uma integração entre matemática, história e educação”. O segundo deles se insere no contexto do Coletivo de História no Ensino de Matemática (CHEMat), caminho pro-

² Programa de Doutorado Sanduíche no Exterior - 88881.133350/2016-01 da CAPES.

³ No sítio <<https://www.uea.ac.uk/groups-and-centres/a-z/mathtask>> é possível conhecer o Programa MathTASK e em (Biza; Kayali; Moustapha-Corrêa; Nardi *et al.*, 2021) descrevemos um pouco sobre algumas ações realizadas no seu contexto.

porcionado pelo meu engajamento com a história da matemática a partir do Pemat e sobre o qual aprofundo-me neste texto.

(DES)CAMINHOS DO DOUTORADO

Como este texto se refere à minha participação na Mesa Redonda “Pesquisas em História da Matemática, por Recém Doutores”, discorro um pouco sobre os (des)caminhos que precisei percorrer durante o doutorado. Ao terminar o mestrado, comecei a me aventurar com a formação de professores, que acabou culminando com o meu ingresso como professora na UNIRIO. Eu estava andando por caminhos um tanto distantes da história da matemática. Porém, ela sempre esteve presente de alguma maneira, mesmo que no horizonte.

Ao ingressar no doutorado, ainda que o projeto apresentado não tivesse a história da matemática como protagonista, eu esperava incorporá-la de alguma maneira. Não foi possível. E o que eu achei que era um caminho, tornou-se um descaminho. Foi preciso, então, construir um novo projeto. O lado bom deste novo caminho é que eu pude me colocar mais. Foi o que eu fiz tentando articular as duas áreas que me interessam: a formação de professores e a história da matemática.

Para a construção deste caminho, o papel da colaboração tem destaque. Primeiro no que se refere à orientação e às parcerias estabelecidas: ter um orientador da formação de professores – Victor Giraldo – e uma orientadora da história – Aline Bernardes – foi muito determinante. O modo colaborativo com que a orientação foi conduzida, permitindo que eu me colocasse e trouxesse os meus conhecimentos e as minhas crenças é um pressuposto da proposta das atividades problematizadoras que apresentamos. Além disso, poder contar com a expertise de diferentes parceiros – como mencionado anteriormente – também compõe o coquetel que forma a proposta teórica e empírica que a tese apresenta. Ter participado de eventos acadêmicos (Moustapha-Corrêa; Bernardes; Giraldo, 2019) também foi preponderante para perceber o potencial da proposta que desenvolvemos.

ATIVIDADES PROBLEMATIZADORAS: UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO DOCENTE

As atividades problematizadoras são organizadas em rodadas e são compostas por tipos especiais de tarefas. Elas constituem uma proposta de formação para professores em serviço que busca articular práticas históricas e práticas da sala de aula. A nossa ideia foi apresentar as práticas históricas mais próximas de como foram elaboradas em seus contextos e incorporar, efetivamente, nas discussões, a experiência docente dos professores participantes. Essa ideia fundamenta-se no nosso objetivo de desenvolver nos professores participantes o que chamamos de *postura problematizadora*.

A Postura Problematizadora

A postura problematizadora, construto teórico que apresentamos na tese, é fundamentada na *educação problematizadora* de Paulo Freire (2016) e na *investigação como postura* de Marilyn Cochran-Smith e Susan Lytle (1999). Com o seu desenvolvimento, almejamos que os professores problematizem não apenas o modo como interagem com as produções de seus estudantes, mas, sobretudo, como entendem o que é a própria matemática. Esperamos que se distanciem de uma visão tradicional da matemática como um corpo de verdades imutáveis, muitas vezes desenvolvidas por gênios e, portanto, apenas para pessoas geniais. Também sustentam a postura problematizado-

ra a afirmação da docência como uma profissão (Nóvoa, 2009), com práticas e saberes próprios; o reconhecimento do professor como autor e protagonista da própria formação (Tardif, 2013); e o entendimento de saberes docentes como sendo dinâmicos e emergentes da própria prática, não podendo ser contidos em categorias fixadas a priori (Davis; Renert, 2013).

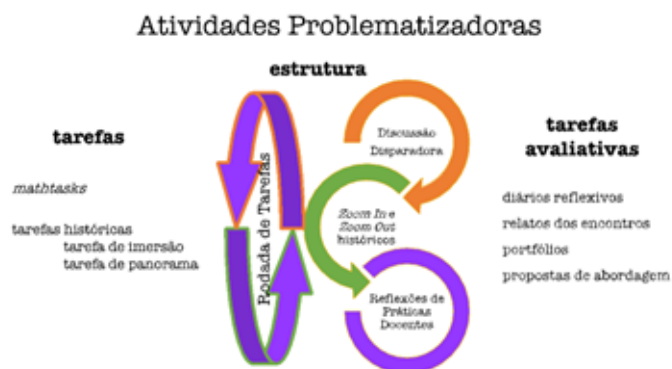
Ao assumir a postura problematizadora, somos impelidos a repensar saberes considerados consolidados e a aprimorar nossa capacidade de escuta perante a diversidade de discursos matemáticos, sejam eles provenientes de momentos históricos distintos ou dos próprios estudantes. É nesse sentido que entendemos que o estudo da história da matemática, sob uma perspectiva historiográfica atualizada e não presentista, e a análise das produções dos estudantes se tornam ferramentas essenciais para a reflexão crítica e para a desmistificação de visões lineares e elitistas sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático. Por fim, enfatizo que a postura problematizadora vai além da mera substituição de uma opinião, posição, ou concepção por outra. A partir do seu desenvolvimento, esperamos que o professor assuma uma posição de autonomia, autoridade e autoria em relação a suas próprias ações docentes.

As Atividades Problematizadoras

A estrutura em rodadas das atividades problematizadoras visa à articulação de práticas históricas e de sala de aula, a partir do engajamento com tarefas que utilizam fontes históricas originais e que promovam discussões coletivas em que os professores participantes se sintam instigados a investigar suas próprias práticas (Cochran-Smith; Lytle, 1999) e, quem sabe, reconstruí-las (Davis; Renert, 2013). O seu objetivo geral é incentivar os participantes a discutir e refletir sobre: (i) as rotinas relacionadas às suas práticas de ensino ou matemática; (ii) como eles entendem matemática; e (iii) os critérios que aplicam ao avaliar os raciocínios e produções dos estudantes.

Para tanto, cada rodada começa com uma discussão disparadora, seguida de um *zoom in* e *zoom out* históricos e culmina com reflexões de práticas docentes (Figura 1). Em cada rodada, combinamos tarefas históricas, *mathtasks* e trabalhos reflexivos, nos quais os professores devem escrever sobre o que aconteceu, e compartilhar seus pensamentos com o grupo. Essa estrutura se baseia em nossos referenciais teóricos da formação de professores, segundo os quais a formação em serviço deve privilegiar comunidades de professores que investigam juntos suas próprias práticas e conhecimentos (Cochran-Smith; Lytle, 1999; Davis; Renert, 2013).

Figura 1 – A atividade problematizadoras



Fonte: A autora

ABORDAGEM ZIZO

A abordagem ZIZO está estruturada em momentos de *zoom in* (ZI) e *zoom out* (ZO) e lança mão de dois tipos de tarefas históricas – tarefas de imersão e tarefas de panorama. Ela se organiza em três momentos intrincados: começamos com a imersão na fonte histórica, passamos por uma contextualização panorâmica que aborda questões sociais, históricas e, sobretudo, matemáticas, e voltamos para a fonte ser desvelada. Para entender as três etapas que compõem a abordagem ZIZO (Figura 2), passemos um pouco pelos caminhos teóricos que a fundamentam.

Figura 2 – A abordagem ZIZO



Fonte: A autora

A abordagem ZIZO foi desenvolvida para promover *commognitive conflicts* (SFARD, 2008), a partir da exploração de fontes históricas e também do engajamento com discussões coletivas. De acordo com a teoria da *Commognition*⁴, a matemática é um discurso que possui suas próprias regras. Tais regras definem padrões na atividade de produzir e legitimar as ações discursivas. Esta teoria participacionista sobre o ensino e a aprendizagem considera que aprender é participar de um discurso. Portanto, é preciso estar atento às mudanças nos padrões de comunicação. Quando há diferença nas regras usadas e endossadas e/ou quando há diferença nos modos de se referir a um objeto, o conflito pode acontecer. Esses são alguns exemplos do que Sfard chama de *commognitive conflicts*. Para a pesquisadoras eles não se configuram apenas como conflitos na comunicação ou no pensamento, mas, sobretudo, meios para a aprendizagem.

A pesquisadora dinamarquesa Tinne Hoff Kjeldsen e seus colaboradores perceberam o potencial de tais conflitos no contexto dos estudos históricos, particularmente com fontes originais. Para esses pesquisadores, ao se engajar no estudo de fontes históricas invariavelmente vai se contrastar as regras já sabidas com as regras que emergem da fonte: “a história pode ser usada na Educação Matemática para revelar regras metadiscursivas e torná-las objetos explícitos de reflexão e – por fim – para provocar *commognitive conflicts*” (Kjeldsen; Blomhøj, 2012, p. 330, tradução nossa). O contraste pode ser entendido como um *commognitive conflict*.

Os *commognitive conflicts* na abordagem ZIZO, particularmente e nas atividades problematizadoras, mais geralmente, são maneiras de se desafiar a zona de conforto dos participantes. Fazemos isso a partir do estudo de conteúdos conhecidos dos participantes, mas apresentados de um modo nunca visto. No caso da utilização de fontes originais, o participante se depara com um conteúdo que ele achava conhecer – por exemplo, resolver equação linear –, mas através de um método

⁴ A teoria da *Commognition* é complexa. Por não ser objeto aqui deste texto, sugiro a leitura do livro em que Anna Sfard a apresenta (Sfard, 2008). Para uma leitura mais abreviada, o Capítulo 3 da minha tese (Moustapha-Corrêa, 2020) esclarece alguns aspectos dessa teoria fundamentais para o desenho da abordagem ZIZO.

aparentemente estranho – em que a notação e o argumento utilizados diferem muito do que estão acostumados.

A promoção de *commognitive conflicts* evidencia um uso de fontes históricas na minha prática de formadora de professores: o confronto entre práticas governadas por diferentes metarregras pode levar a um aprendizado em metanível, ou seja, uma mudança discursiva, em que o sujeito passa a entender suas próprias rotinas de modo diferente. Por outro lado, o estudo de práticas históricas pode desenvolver uma escuta intencional nos professores: o esforço pelo entendimento de uma fonte, pode implicar na busca pelo entendimento de outras produções (Arcavi; Isoda, 2007). Esses autores assumem que o estudo da história da matemática é um estudo essencialmente hermenêutico. Neste sentido, ao se tentar desvendar os enigmas dos textos históricos, é preciso desenvolver uma maneira de dar sentido a eles. Para eles, “aprender a ler e compreender certas fontes primárias pode resultar na aprendizagem das competências e das ferramentas necessárias para aprender a ouvir os alunos” (Arcavi; Isoda, 2007, p. 116).

A atividade proposta por Arcavi e Isoda (2007) convida os participantes a perceberem como os números eram representados no contexto egípcio, como multiplicavam e a entender a solução do problema 24⁵ do papiro de Ahmes. Ao aplicá-la percebemos que era preciso contextualizar as práticas que eram apresentadas (sistema de numeração e modos de operar). Acabamos nos aproximando e nos afastando da fonte. Como essa combinação se mostrou muito vantajosa para os nossos objetivos, tentamos adaptá-la para os outros temas que desejávamos abordar no estudo empírico. E foi assim, afastando-se e aproximando-se da fonte, que a abordagem ZIZO despontou.

A abordagem ZIZO também é fundamentada pela perspectiva historiográfica atualizada, apresentada por Saito (Saito, 2018) em oposição à perspectiva tradicional e pela interpretação de história discutida por (Grattan-Guinness, 2004) em oposição à interpretação herança. Valorizamos, portanto, os “contextos de elaboração, transformação, transmissão e disseminação do conhecimento matemático em diferentes épocas e culturas” (Saito, 2018, p. 608) e não nos interessamos apenas pelos heróis que levaram o triunfo da matemática moderna, mas também pelos personagens periféricos e pelas práticas que não deram (tão) certo (Grattan-Guinness, 2004).

Essas nossas escolhas e concepções também se ancoram na matemática problematizada de Roque e Giraldo (2021). Esses autores destacam que o conhecimento matemático é socialmente produzido e historicamente situado, em vez de corresponder a um conjunto fixo de verdades. Nesse sentido, o trabalho sobre problemas socialmente situados não é visto como um caminho temporário para o conhecimento, mas como o *próprio* conhecimento. Essa visão problematizada se fundamenta na concepção de que as práticas históricas devem ser situadas em seus próprios contextos culturais. Em relação ao ensino de matemática, em uma concepção problematizada, devemos promover a construção de sentidos tanto individuais quanto coletivos, considerando as diversas maneiras pelas quais os estudantes ressignificam as ideias matemáticas e incorporar e integrar abordagens pedagógicas construídas com base nessa diversidade.

Cuidamos também com as narrativas históricas que escolhemos utilizar e contar, afinal, como Saito (Saito, 2018) nos chama atenção, as narrativas históricas não são neutras, guardando as concepções de ciência tanto das épocas relatadas, quanto das épocas em que foram escritas. Baseando-nos na premissa de que explorar possíveis discontinuidades e dificuldades no desenvolvimento de

⁵ Uma quantidade, cuja sétima parte é somada a ela se torna 19.

práticas do passado abre possibilidades para criar cenários de aprendizagem que revelam uma face mais humana, inclusiva e democrática da matemática, buscamos desenvolver uma abordagem que vai de encontro à visão linear, cumulativa e progressista do desenvolvimento das matemáticas.

Uma pesquisa que usa a história da matemática

Para terminar os comentários sobre a minha tese, gostaria de enfatizar que a minha pesquisa de doutorado não é uma pesquisa de história da matemática *tout court*, a minha pesquisa *usa* a história da matemática. Considerando o texto de Arcavi e Isoda (2007), é possível perceber o uso que faço das pesquisas em história da matemática. Esse texto traz, a nosso ver, um exemplo de tarefa histórica com um grande potencial para a formação de professores. Como descrevem a tarefa inteiramente no texto, aproveitamo-la na abordagem ZIZO da nossa primeira rodada. Nas outras rodadas, também andamos por caminhos já traçados. Esse, inclusive, foi um dos requisitos considerados na escolha dos temas de cada uma das três rodadas: precisávamos ter acesso às fontes históricas originais e também era preciso que algum conhecimento já tivesse sido estudado e desenvolvido sobre elas. No caso da rodada 1, estudamos um problema de Aha do Papiro de Ahmes (Arcavi; Isoda, 2007); na rodada 2, as proposições II.14 e I.47 dos *Elementos* de Euclides (Euclides, 2009); e na rodada 3, uma proposição sobre movimento uniformemente acelerado de Galilei (Galilei, 1638), duas definições de função apresentadas por Euler (Euler, 1748; 1755) e uma apresentada por Dirichlet (Lejeune-Dirichlet, 1837). Além das fontes originais supracitadas – que eventualmente traduzimos para o português – que compõem as tarefas de imersão –, utilizamos (Carvalho; Roque, 2012; Roque, 2012) como referências para as tarefas de panorama. Essas referências também guiaram as nossas escolhas das fontes.

Busquei descrever brevemente a estrutura da abordagem ZIZO e os tipos de tarefas utilizadas. Compartilhei um pouco os caminhos teóricos percorridos para a sua apresentação. Na tese (Moustapha-Corrêa, 2020), bem como nos artigos (Moustapha-Corrêa; Bernardes; Giraldo, 2022; Moustapha-Corrêa; Bernardes; Giraldo; Biza *et al.*, 2021) é possível passear um pouco mais detalhadamente pelos caminhos do estudo empírico em que a abordagem ZIZO foi desenvolvida e aplicada. Na sequência, compartilho um pouco dos caminhos propiciados pela minha pesquisa de doutorado e seguidos após a sua defesa.

DESDOBRAMENTOS

Tentativas de pós-doc e publicações

Ao concluir um doutorado é de se esperar que portas estejam abertas para percorrer caminhos naturalmente traçados pela pesquisa e pelas parcerias estabelecidas ao longo da jornada ou até mesmo nem tão óbvias assim. Mas, de qualquer maneira, em geral, o curso leva para a continuação e aprofundamento na pesquisa. Comigo não foi diferente: tinha muitas expectativas para me estabelecer como pesquisadora.

A participação no programa MathTASK fez com que eu concorresse, em parceria com a professora Elena Nardi, à prestigiosa bolsa oferecida no contexto de *Marie Skłodowska-Curie Actions*. O primeiro projeto era um desdobramento das atividades problematizadoras em que professores do Reino Unido e da Grécia desenvolveriam atividades com seus estudantes na educação básica. As tarefas históricas proporcionariam a observação de como a matemática se transforma ao longo

do tempo e em diferentes contextos sociais e culturais. Na segunda tentativa incorporamos mais explicitamente questões relacionadas à decolonialidade e a gênero. Infelizmente não conseguimos o fomento e o caminho do pós-doc ficou adiado.

Essa parceria, contudo, não deixou de gerar frutos. Publicamos um artigo sobre a terceira rodada do estudo empírico numa edição especial sobre *Commognition* no *Journal of Mathematical Behavior* (Moustapha-Corrêa; Bernardes; Giraldo; Biza *et al.*, 2021). O caminho da publicação não teve esse único resultado. Também publicamos um artigo sobre a abordagem ZIZO, exemplificado pela segunda rodada, numa edição especial da ZDM que relaciona a história da matemática e a educação matemática (Moustapha-Corrêa; Bernardes; Giraldo, 2022).

CHEMat: um coletivo que inspira

Um outro caminho de parcerias e colaboração que começou a ser traçado ainda durante o doutorado é o Coletivo de História no Ensino de Matemática, o CHEMat. Este coletivo é um grupo de pesquisa e extensão interessado na integração entre a história e o ensino de matemática. Fundado em 2017, reúne professores da educação básica e do ensino superior, além de estudantes de graduação e pós-graduação, provenientes de instituições da região metropolitana do Rio de Janeiro, a saber, UNIRIO, IFRJ – Nilópolis, UFRJ, SEMED – Belford Roxo, SME – Rio de Janeiro, CEDERJ e escolas da rede privada.

Investigando a história da matemática em livros didáticos

No CHEMat temos trabalhado no projeto de pesquisa “Análise das inserções de história da matemática em livros didáticos brasileiros”, em que analisamos todas as coleções (um total de 24 livros) de livros didáticos do ensino médio aprovadas pelo PNLD 2018 (Amadeo; Haubrichs; Bernardes; Moustapha-Corrêa, prelo; Bernardes; Haubrichs; Amadeo, 2022; Haubrichs; Bernardes, 2020). Neste projeto nossa questão central é: investigar que história da matemática os estudantes da educação básica das escolas públicas têm tido acesso por meio dos livros didáticos de matemática aprovados no PNLD? O projeto está organizado em três etapas: mapeamento; análise e crítica; produção e testagem de propostas de ensino. Ainda no contexto do coletivo, também temos uma pesquisa de mestrado concluída sobre os livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental – PNLD 2020 (Teixeira, 2023; Amadeo; Bernardes; Teixeira, 2023; Teixeira; Bernardes, 2021).

Ambas as pesquisas procuraram por inserções históricas nos livros didáticos. Por inserções entendemos “qualquer tipo de informação que remeta ao passado, a qual pode abordar momentos do desenvolvimento histórico de conceitos, informações biográficas de matemáticos, livros ou outra publicação importante, datas de acontecimentos” (Haubrichs; Amadeo, 2021, p. 198).

A análise das inserções nos mostra que, de modo geral, elas são mais motivacionais, não situando os fatos apresentados em seus contextos, nem tampouco aprofundando aspectos matemáticos, como a historiografia atualizada recomenda. Isso nos incentivou mais ainda para a terceira etapa do projeto. Mas este não é um caminho tão fácil de ser desbravado. Ao observarmos as inserções percebemos que elas, em geral, enfocam um único aspecto. Por exemplo, descrevem a vida do personagem; ou mostram um mapa, tentando localizar geograficamente a prática matemática. De acordo com as orientações historiográficas mais atualizadas, a história da matemática deve contextualizar

tanto histórica, quanto social e matematicamente a prática em questão. Mas será possível abordar tantos aspectos em uma inserção de um livro didático da educação básica?

Este questionamento nos leva para o caminho que temos seguido: a formação de professores. Acreditamos que se o professor tem uma boa formação sobre os temas históricos, ao se deparar com uma inserção histórica no livro didático, ele será capaz de desenvolver o assunto trazendo para a discussão com seus estudantes outros aspectos históricos. Por exemplo, ao trazer um mapa, a inserção permite mostrar como era a disposição geográfica, propiciando discutir sobre como os meios de comunicação não eram imediatos tal como hoje em dia. Isso ajuda a problematizar aquela visão de que a matemática é cheia de lacunas que vão sendo preenchidas ao longo do tempo. Mas se a inserção traz só isso, ou isso e algumas informações biográficas, ela carece de informações sobre as práticas matemáticas realizadas.

Para dar conta dessas carências, defendemos as atividades que temos desenvolvido no contexto da formação de professores. Nossas atividades visam que os professores incrementem seus repertórios de referências, de modo que se sintam seguros para fazer uma contextualização matemática. Uma tal contextualização considera que, ainda que hoje nos referimos ao teorema de Pitágoras como se ele fosse único, em diferentes momentos históricos o que se fazia pode parecer muito diferente do modo como lidamos com ele.

O minicurso Três Teoremas de Pitágoras

Conscientes de que as práticas pitagóricas estariam mais próximas de uma aritmética figurada, bem como de que a prática euclidiana é uma prática geométrica que constrói axiomáticamente com régua e compasso as figuras a serem exploradas, desenvolvemos um conjunto de atividades para problematizar o que é o teorema de Pitágoras. Para tanto, utilizamos tampinhas para poder observar os padrões à la pitagóricos e régua e compasso para ter uma experiência efetivamente geométrica. Neste caso, não conseguimos – por falta de referências originais – utilizar as fontes primárias. Dizemos, então, que nos *inspiramos* nas fontes para tentar oferecer ao participante uma experiência mais próxima do original possível.

Começamos o minicurso (Bernardes; Moustapha-Corrêa; Amadeo, 2025) apresentando algumas inserções sobre o teorema de Pitágoras. A ideia é que se perceba como a história da matemática costuma ser apresentada – em geral, reduzindo-a a referências biográficas, muitas vezes anedóticas, sem se aprofundar na prática matemática; isto é, uma história presentista que busca no passado o que fazemos hoje em dia. Além disso, esse passeio por alguns livros didáticos nos permite destacar que, em geral, na educação básica, o teorema de Pitágoras é reduzido a uma relação algébrica, em que se determina um dos lados de um triângulo retângulo conhecendo-se os outros dois.

Passamos, então, a identificar padrões e relações a partir da manipulação de formas – temos utilizado tampinhas de garrafas pet. Uma tal manipulação é essencial para a experiência histórica que defendemos, de modo que o participante não seja induzido para um pensamento essencialmente aritmético. Isso pode acontecer pois as práticas matemáticas pitagóricas consistiam em observar relações entre figuras poligonais formadas possivelmente com pedrinhas. É o que hoje chamamos de números figurados. No minicurso, fazemos tarefas sobre números triangulares e quadrados e também exploramos um pouco das triplas pitagóricas.⁶ Para um público mais atento esperamos que se

⁶ No livro, encontram-se as atividades, bem como comentários sobre elas.

pergunte: “onde está o triângulo retângulo?”. Ainda que seja possível, dispor os quadrados formados pelas triplas pitagóricas de modo a formar um triângulo retângulo, discutimos que é muito pouco provável que os pitagóricos tenham feito isso: os pitagóricos não relacionavam as triplas a um triângulo retângulo. É nesse espírito que defendemos que para os pitagóricos o teorema era aritmético.

Na segunda etapa do nosso minicurso, exploramos a prática euclidiana a partir de construções com régua e compasso. A utilização dessas ferramentas é essencial para a experiência, que se baseia na noção de equivalência de áreas. Propomos que a área seja determinada através de procedimentos geométricos sem que seja necessário atribuir valores numéricos ou fazer cálculos com fórmulas. Nas atividades, convidamos os participantes a sugerirem seus próprios modos para se chegar na construção esperada. No caso de não saberem ou terem alguma dificuldade, oferecemos sugestões de construções a serem discutidas e justificadas. O teorema de Pitágoras aparece nas construções como uma estratégia para somar geometricamente dois quadrados. Oferecer uma experiência como essa para professores (em formação inicial ou continuada) pode ajudá-los a encarar o estudo da geometria de modo menos algébrico.

É assim que temos contraposto práticas históricas com vistas à desconstrução de mitos relacionados às práticas pitagóricas e euclidianas, desenvolvendo, uma visão mais crítica nos professores – tanto com relação à história, quanto com relação ao próprio modo de ensinar temas corriqueiros nas aulas de matemática. A nossa abordagem ancora-se na noção de *commognitive conflicts*, ou seja, geramos desconforto, pois trazemos modos de operar muito diferentes do que os professores estão acostumados a fazer e a lidar em sua rotina docente. Como fiz na proposta das atividades problematizadoras, aqui também esperamos que, na medida em que experienciam dificuldades em realizar uma tarefa que lhes parece familiar, ao lidarem com as dificuldades dos seus estudantes, passem a ser mais empáticos, considerando raciocínios diferentes dos previstos.

A oferta de uma disciplina que trabalha as perspectivas do CHEMat

Uma outra iniciativa representativa das práticas do CHEMat é a disciplina optativa “Integração entre História e Ensino de Matemática”. Ela está organizada em três unidades: 1) O que os livros didáticos nos dizem sobre a história da matemática; 2) Discussões teóricas de por que e como integrar a história no ensino (dificuldades, limitações e benefícios); e 3) Experiências com o uso da história por meio de oficinas.

Esta disciplina busca levar para a formação inicial de professores as reflexões e abordagens desenvolvidas no contexto do CHEMat. Ela também representa um importante caminho traçado no curso de Licenciatura em Matemática da nossa instituição: ver as nossas perspectivas teóricas e práticas sendo aplicadas em uma disciplina, de certa forma, as materializa e nos move para seguir não somente a pesquisa, mas, sobretudo, a colocar em prática o que estudamos, pesquisamos e defendemos.

As ações do CHEMat, particularmente, o minicurso e a disciplina, mostram a relevância da pesquisa em História da Matemática para além de pesquisas como a da minha tese, impactando, efetivamente, a formação de professores, a análise crítica de materiais didáticos e a produção de novos conhecimentos e propostas para a educação matemática.

RUMO À PERMANÊNCIA DA COLABORAÇÃO

A colaboração tem sido um elemento fundamental nos meus caminhos e especialmente na minha trajetória de pesquisa, desde as parcerias estabelecidas durante o doutorado (MathTASK) até a atuação no CHEMat. Para mim, a colaboração foi essencial para a realização da minha pesquisa e a conclusão do doutorado. Enfatizo que o caminho da colaboração permite o aproveitamento de diferentes expertises, a descentralização do conhecimento, levando a mais possibilidades de difusão dos conhecimentos produzidos. No contexto da atuação na universidade, a colaboração, a meu ver, é muito frutífera na associação de pesquisa, ensino e extensão, demandas inerentes para quem atua nessa área.

Não estou dizendo que a colaboração simplifica as coisas. Pelo contrário, muitas vezes ela “dá mais trabalho”. Mas, em geral, percebo que as possibilidades propiciadas pelas trocas entre pares são interessantes e mais diversas. Os meus caminhos têm me mostrado que é desafiante integrar a história da matemática no ensino. O tempo tem sido cada vez mais caro, talvez por conta das demandas mais imediatistas que tem emergido em eras tecnológicas e imbuídas das dinâmicas das redes sociais. Além disso, o contexto educacional tem caminhado para rumos que cerceiam a liberdade e autoria dos professores. O que torna mais desafiador ainda conseguir incorporar na prática docente fatores não previstos – como pode ser a história da matemática. Para mim, os desafios reforçam a necessidade de colaboração na criação e disseminação de atividades inspiradas na história que sejam viáveis e impactantes. Explorar o potencial de combinar ferramentas manuais e tecnológicas, como régua e compasso com Geogebra, parece ser um caminho promissor.

A pesquisa em História da Matemática no ensino é um campo vasto e desafiador, mas com um potencial enorme para desenvolvimento do pensamento crítico em estudantes e professores. As atividades problematizadoras e, particularmente, a abordagem ZIZO, bem como as iniciativas implementadas pelo CHEMat são uma tentativa de concretizar esses ideais, e a colaboração é a chave para que essas ideias se difundam e se fortaleçam. Agradeço a oportunidade de compartilhar esta jornada e espero que este relato possa inspirar outros recém-doutores e pesquisadores a explorar os ricos e promissores caminhos que a história da matemática oferece para a educação matemática.

REFERÊNCIAS

AMADEO, Marcello; HAUBRICHS, Cleber; BERNARDES, Aline; MOUSTAPHA-CORREA, Bruna. History of Mathematics in Brazilian Secondary School Textbooks. In BARBIN, Evelyne; FRIED, Michael N.; MENGHINI, Marta; TORTORIELLO, Francesco Saverio (org.). **History and Epistemology in Mathematics Education – Trends, practices, future developments**. (no prelo). Springer.

AMADEO, Marcello; BERNARDES, Aline; TEIXEIRA, Wilza. M. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS: uma análise de coleções do PNLD 2018 e 2020. **Anais-Seminário Nacional de História da Matemática**, 15, 2023.

ARCAVI, Abraham; ISODA, Masami. Learning to listen: From historical sources to classroom practice. **Educational Studies in Mathematics**, 66, n. 2, p. 111-129, 2007.

BERNARDES, Aline; HAUBRICHS, Cleber; AMADEO, Marcello. Narrativas e Usos de História da Matemática nos Livros Didáticos do PNLD 2018. In: Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia – SNHCT, 18, São Paulo. **Anais eletrônicos** [...]. São Paulo: Sociedade

Brasileira de História das Ciências, 2022, pp. 71-83. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1Q1z0OzUWYUwSl5SZ_NFdUS-DtWs5KQx6/view. Acesso em: 27 nov. 2024.

BERNARDES, Aline; MOUSTAPHA-CORRÊA, Bruna. ZIZO: a abordagem de zoom in e zoom out para o estudo de história da matemática na formação de professores. In: Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia - SNHCT, 17, 2020, Rio de Janeiro. **Anais eletrônicos [...]** Rio de Janeiro: SBHC, 2020. Disponível em: https://www.17snhct.sbhct.org.br/resources/anais/11/snhct2020/1599848754_ARQUIVO_d954730235fa3a2cb15d7c3aca5dc8e1.pdf. Acesso em: 17 de maio 2025.

BIZA, Irene; KAYALI, Lina; MOUSTAPHA-CORRÊA, Bruna; NARDI, Elena; THOMA, Athina. Afinando o foco em matemática: Desenho, implementação e avaliação de atividades Math-TASK para a formação de professores de matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, 14, n. 35, p. 1-41, 2021.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de.; ROQUE, Tatiana. **Tópicos de História da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

COCHRAN-SMITH, Marilyn; LYTLE, Susan. Chapter 8: Relationships of knowledge and practice: Teacher learning in communities. In: **Review of research in education**, 1999. v. 24, p. 249-305.

CORRÊA, Bruna Moustapha. **A introdução à arte analítica de François Viète**: comentários e tradução. 2008.

DAVIS, Brent; RENERT, Moshe. Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge. **Educational Studies in Mathematics**, 82, n. 2, p. 245-265, 2013.

EUCLIDES. **Os Elementos**. São Paulo: Editora UNESP, 2009. 600 p. (Tradução e Introdução de Irineu Bicudo.

EULER, Leonard. **Introductio In Analysin Infinitorum**. Lausanne: MM Bousquet, 1748.

EULER, Leonard. **Institutiones Calculi Differentialis Cum Eius Usu In Analysis Finitorum Ac Doctrina Serierum**. Impensis Academiae Imperialis Scientiarum Petropolitanae, 1755.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. 60a edição ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2016. 284 p.

GALILEI, Galileu. **Discorsi e Dimostrazioni Matematiche Intorno a Due Nuove Scienze Attenenti alla Meccanica ed i Movimenti Locali**. Leiden: Louis Elsevier, 1638.

GIRALDO, Victor; ROQUE, Tatiana. Por uma matemática problematizada: As ordens de (re) invenção. **Perspectivas da Educação Matemática**, 14, n. 35, p. 1-21, 2021.

GRATTAN-GUINNESS, Ivor. The mathematics of the past: distinguishing its history from our heritage. **Historia mathematica**, 31, n. 2, p. 163-185, 2004.

HAUBRICHS, C.; AMADEO, M. História da Matemática nas coleções do PNLD 2018: um estudo preliminar. **Revista Brasileira de História, Educação e Matemática (HIPÁTIA)**, 6, n. 2, p. 197-210, 2021.

HAUBRICHS, Cleber; BERNARDES, Aline. Inserções de história em livros didáticos de matemática: elaborando um instrumento de coleta de dados. In: Seminário Nacional de História da

Ciência e da Tecnologia – SNHCT, 17, 2020, Rio de Janeiro. **Anais eletrônicos [...]**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de História das Ciências, 2020. Disponível em: https://www.17snhct.sbhct.org.br/resources/anais/11/snhct2020/1599695763_ARQUIVO_9305592694d752e40f9fd060e1153369.pdf. Acesso em: 27 nov. 2024.

KJELDSSEN, Tine Hoff; BLOMHOJ, Morten. Beyond motivation: history as a method for learning meta-discursive rules in mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, 80, n. 3, p. 327-349, 2012.

Lejeune-Dirichlet, Johann Peter Gustav. (1837). Über die Darstellung ganz willkürlicher Funktionen durch Sinus - und Cosinusreihen. **Repertorium der Physik**, 1, 152–174.

MOUSTAPHA-CORRÊA, Bruna. **Rumo a uma postura problematizadora na formação de professores de matemática**: articulando práticas históricas e práticas de sala de aula. 2020. 362f. Tese (Doutorado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Rio de Janeiro, 2020.

MOUSTAPHA-CORRÊA, Bruna; BERNARDES, Aline; GIRALDO, Victor. **Historical Tasks to Foster Problematization**. In: Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 2019, Utrecht, the Netherlands. Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME, p. 2149-2157.

MOUSTAPHA-CORRÊA, Bruna; BERNARDES, Aline; GIRALDO, Victor. ZIZO: A history-based approach to mathematics teacher education. **ZDM–Mathematics Education**, 54, n. 7, p. 1537-1552, 2022.

MOUSTAPHA-CORRÊA, Bruna; BERNARDES, Aline; GIRALDO, Victor; BIZA, Irene; NARDI, Elena. Problematizing mathematics and its pedagogy through teacher engagement with history-focused and classroom situation-specific tasks. **The Journal of Mathematical Behavior**, 61, p. 100840, 2021.

NÓVOA, Antonio. Para uma formação de professores construída dentro da profissão. In: **Professores: Imagens do Futuro Presente**. Lisboa: EDUCA, 2009.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 507p.

SAITO, Fumikazu. A pesquisa histórica e filosófica na educação matemática. **Eventos Pedagógicos**, 9, n. 2, p. 604-618, 2018.

SFARD, Anna. **Thinking as communicating : human development, the growth of discourses, and mathematizing**. New York: Cambridge University Press, 2008. 324 p.

TARDIF, Maurice. A profissionalização do ensino passados trinta anos: dois passos para a frente, três para trás. **Educação & Sociedade**, 34, n. 123, p. 551-571, 2013.

TEIXEIRA, Wilza. Maria Adão Lopes; BERNARDES, Aline. História da Matemática em livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. **Revista Brasileira de História, Educação e Matemática (HIPÁTIA)**, 6, n. 2, p. 259-271, 2021.

TEIXEIRA, Wilza Maria Adão Lopes. **Inserções de história da matemática nos livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental aprovados pelo PNLD 2020**. 2023.

149f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Rio de Janeiro, 2023.